

SCC 205 Teoria da Computação e Linguagens Formais

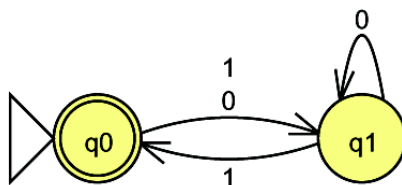
Lista 3

Autômatos com pilha

1. Dê um ACP que aceite **por pilha vazia** a linguagem gerada pela GLC:

$$S \rightarrow aAA, A \rightarrow aS \mid bS \mid a$$

2. Dê um ACP que aceite a linguagem $\{wcw^R \mid w \in (a + b)^*\}$ **por pilha vazia**.
3. Dê um ACP que aceite a linguagem $\{ww^R \mid w \in \{0, 1\}^*\}$ **por pilha vazia**. Teste para 011110.
4. Considere a seguinte linguagem livre de contexto $L = \{0^n1^n \mid n \geq 1\}$. Escreva um ACP M **por pilha vazia** que processe esta linguagem. Verifique como M age com as entradas 01 e 011.
5. Considere uma gramática $G = (\Sigma, V, S, P)$, onde $\Sigma = \{0, 1\}$, $V = \{S\}$, $P = \{S \rightarrow 0S1, S \rightarrow 01\}$. Qual é o ACP equivalente a esta gramática?
6. Como um ACP é constituído de uma pilha *last-in first-out* e uma máquina de estados, deve ser possível converter um autômato finito (AFD) em um ACP ignorando a pilha. Construa, se possível, um ACP a partir do seguinte AFD:



7. Considere a linguagem $L = \{ w \mid w \in (a + b)^* \text{ com número par de } a\text{'s} \}$. Por exemplo, a cadeia *abbabaa* seria aceita, enquanto que a cadeia *baabba* não.
 - a) Se possível, escreva um ACP que processe L . Caso não seja possível, explique o porquê.
 - b) Qual é o tipo de L ? Comente a sua resposta.

8. Considere a gramática $G = (\{a, b\}, \{S, A, B\}, S, P)$, onde P é o conjunto de produções:

$$\begin{aligned} &\{ S \rightarrow aAa \mid bBb \\ &\quad A \rightarrow b \\ &\quad B \rightarrow aA \\ &\} \end{aligned}$$

- Qual é o tipo de menor complexidade de G ?
- Qual é o tipo de menor complexidade de $L(G)$?
- Ache uma gramática na Forma Normal de Greibach para G , se possível. Se não for possível, explique o porquê.
- Ache o autômato finito que processe $L(G)$, se possível. Se não for possível, explique o porquê.
- Ache o autômato de pilha de um estado que processe $L(G)$, se possível. Se não for possível, explique o porquê.

9. Seja o seguinte autômato finito $(\{q_0, q_1\}, \{0, 1\}, \delta, q_0, \{q_0\})$:

δ	0	1
q_0	q_1	q_1
q_1	q_1	q_0

Escreva o autômato com pilha equivalente. Se não for possível, explique o porquê.

10. Seja o seguinte conjunto de produções da gramática livre de contexto G :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aaZcc \\ Z &\rightarrow aZc \\ Z &\rightarrow b \end{aligned}$$

- Qual é a linguagem que esta gramática gera?
- $L(G)$ é regular?

Observe agora o seguinte conjunto de produções da gramática linear à direita G' :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aA \\ A &\rightarrow aB \\ B &\rightarrow aB \mid bC \\ C &\rightarrow cC \mid cD \\ D &\rightarrow c \end{aligned}$$

- Qual é a relação entre G e G' ? São equivalentes? Por que?
- Escreva o autômato com pilha que processa $L(G)$.

Gramáticas e Linguagens Sensíveis ao Contexto

1. Seja o seguinte conjunto de produções de uma gramática livre de contexto G:

$$P = \{S \rightarrow AB, A \rightarrow 0, A \rightarrow 1, A \rightarrow \lambda, B \rightarrow 1\}$$

- Descreva $L(G)$;
- $L(G)$ é sensível ao contexto?
- Se possível, ache um autômato finito que processe $L(G)$;

Autômatos Limitados Linearmente e Máquinas de Turing

2. Construa uma MT com fita limitada (ALL) que reconheça a linguagem $a^{2n}bc^n$, $n \geq 1$. Ilustre sua operação com o reconhecimento da sentença $aabc$.

3. Especifique um ALL que reconheça a linguagem 0^*1+2^* . Mostre os movimentos que conduzem a aceitação da cadeia 0012 e à rejeição da cadeia 022 .

4. Construa ALLs que reconheçam as seguintes linguagens:

- $a(bc)^*a^* \mid a^*(b^*c \mid bc^*)a$
- o conjunto de anagramas que podem ser obtidos a partir de uma palavra qualquer, construída sobre o alfabeto $\{a,b,\dots,z\}$, que é fornecida como entrada. Considere que a cadeia a ser analisada possui a forma palavra1-palavra2. A cadeia deve ser aceita se palavra2 for anagrama de palavra1. Caso contrário, deverá ser rejeitada
- o conjunto das expressões aritméticas que podem ser definidas sobre o alfabeto $\{a,b,c,+,*,-/,(),\}$
- $a^m b^n c^m d^n$, $m \geq 1$, $n < m$
- $a^m b^n c^p d^q$, $m \geq 1$, $n > m$, $p > n$, $q > p$

5. Considere a linguagem $L = \{w \mid w \in (a + b)^* \text{ com número par de } a\text{'s}\}$. Por exemplo, a cadeia $abbabaa$ seria aceita, enquanto que a cadeia $baabba$ não.

- Se possível, escreva um autômato limitado linearmente (ALL) que processe L . Caso não seja possível, explique o porquê.
- Se possível, escreva um autômato de pilha (ACP) que processe L . Caso não seja possível, explique o porquê.
- Qual é o tipo de L ? Comente a sua resposta.

6. Seja o seguinte conjunto de produções da gramática G:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aSBC \mid aBC \\ CB &\rightarrow BC \\ aB &\rightarrow ab \\ bB &\rightarrow bb \\ bC &\rightarrow bc \\ cC &\rightarrow cc \end{aligned}$$

- a) Qual o processador de linguagem de menor poder computacional capaz de processar $L(G)$ (AFND, ACPD, ALL ou MT)? Por que?
 b) Escreva este processador.

7. Seja o seguinte conjunto de produções da gramática livre de contexto G_A :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aaZcc \\ Z &\rightarrow aZc \\ Z &\rightarrow b \end{aligned}$$

Observe agora o seguinte conjunto de produções da gramática linear a direita G_B :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aA \\ A &\rightarrow aB \\ B &\rightarrow aB \mid bC \\ C &\rightarrow cC \mid cD \\ D &\rightarrow c \end{aligned}$$

Qual a relação entre G_A e G_B ? São equivalentes? Por que? Escreva a máquina de Turing que processa $L(G_A)$.

8. Considere a gramática $G = (\{a,b\}, \{S,A,B\}, S, P)$, onde P é o conjunto de produções:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aAa \mid bBb \\ A &\rightarrow b \\ B &\rightarrow aA \end{aligned}$$

- f) Ache o autômato limitado linearmente que processe $L(G)$, se possível. Se não for possível, explique o porquê.
 g) Ache a máquina de Turing de uma cabeça que processe $L(G)$, se possível. Se não for possível, explique o porquê.

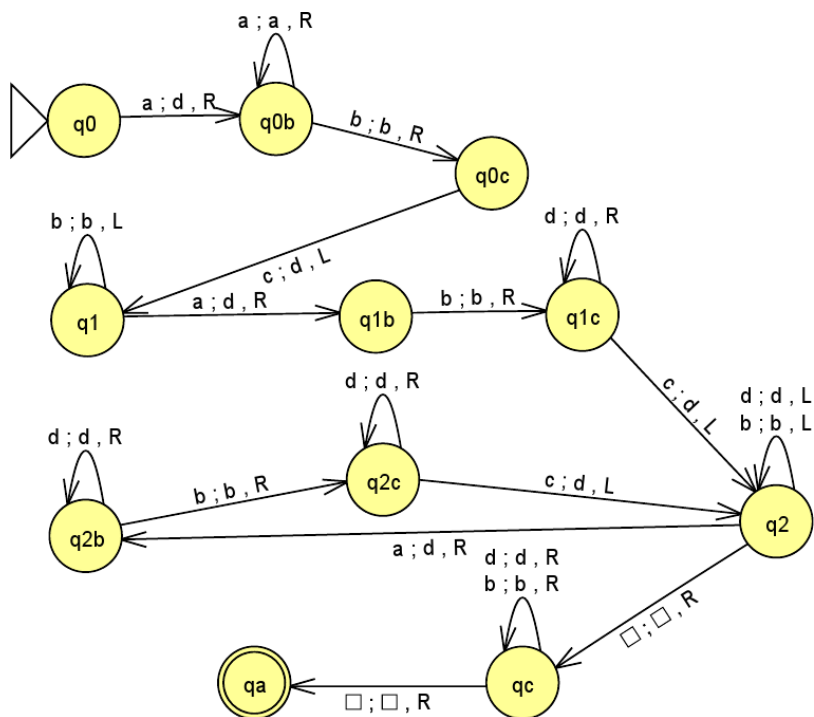
9. Seja o seguinte autômato finito ($\{q_0, q_1\}, \{0,1\}, \delta, q_0, \{q_0\}$):

δ	0	1
q_0	q_1	q_1
q_1	q_1	q_0

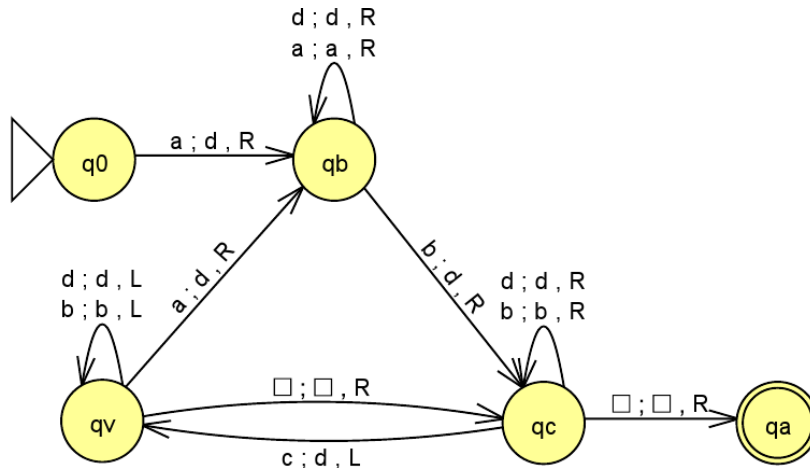
Escreva a máquina de Turing T equivalente. Se não for possível, explique o porquê.

10. Considere uma gramática $G = (\Sigma, V, S, P)$, onde $\Sigma = \{0, 1\}$, $V = \{S, A, B\}$, $P = \{S \rightarrow 0A \mid 1B \mid 0, A \rightarrow 0A \mid 0S \mid 1B, B \rightarrow 1B \mid 1 \mid 0\}$. Qual é a Máquina de Turing que processa $L(G)$?

11. Seja a Máquina de Turing MA, representada no JFlap:



Seja a Máquina de Turing M_B , representada no *JFlap*:



A partir do conjunto de instruções:

- É possível afirmar que $T(M_A)$, ou seja, o conjunto de cadeias aceitas pela Máquina de Turing M_A , é regular?
- E quanto à $T(M_B)$?
- Se não forem regulares, quais os tipos das linguagens processadas por M_A e por M_B ?
- Escreva os processadores de menor poder computacional que processa $T(M_A)$ e $T(M_B)$.

12. Seja T a máquina de Turing:

$$T = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, [,], \#\}, q_0, \{q_3\}, \delta)$$

onde δ é dado por:

- $\delta(q_0, a) = (q_0, a, R)$
- $\delta(q_0, \#) = (q_0, \#, R)$
- $\delta(q_0, [) = (q_1, \#, R)$
- $\delta(q_1, [) = (q_1, [, R)$
- $\delta(q_1, \#) = (q_1, \#, R)$
- $\delta(q_1,]) = (q_2, \#, L)$
- $\delta(q_2, x) = (q_2, x, L)$ para todo $x \neq a$
- $\delta(q_2, a) = (q_0, a, R)$
- $\delta(q_0, B) = (q_3, \#, R)$

Quais palavras da forma aw , onde w está em $\{[,]\}^*$, são aceitas? Você pode achar uma gramática para esta linguagem?

13. Escreva uma máquina de Turing que aceite a linguagem $(a + b)^*$, na qual há menos a's do que b's.

14. Escreva uma máquina de Turing que aceite a linguagem $(a + b)^*$ onde existe mais a's que b's.
15. Escreva uma Máquina de Turing que aceite a linguagem $(a + b)^*$, na qual há pelo menos um par de a's.
16. Sabe-se que um autômato finito (AFD/AFND) processa linguagem linear a direita (regular) e que um autômato a pilha (ACP), que é equivalente a um AFND + pilha, processa linguagem livre de contexto.

Afirmção: "Qualquer máquina de Turing pode ser simulada por algum ACP com duas pilhas."

Comente esta afirmação.

17. Construa a máquina de Turing que aceite o conjunto de todas as sentenças que contenham dois 0s consecutivos ou dois 1s consecutivos. Teste para 010110.
18. Considere a seguinte máquina de Turing T que reconhece a LLC $L = \{0^n 1^n \mid n \geq 1\}$. Seja $T = (Q, \Sigma, q_0, q_a, \delta)$, onde

$$Q = \{q_0, q_1, \dots, q_5\}$$

$$\Sigma = \{0, 1, Y, Z\}$$

$$q_a = q_5$$

sendo que Y e Z são símbolos da fita, mas não símbolos de entrada. δ é dado por:

$$1) \delta(q_0, 0) = (q_1, Y, R)$$

(T irá alternativamente substituir um 0 por Y , então um 1 por Z . No estado q_0 , um 0 é substituído por um Y , e T move para a direita no estado q_1 procurando um 1.)

$$2) a) \delta(q_1, 0) = (q_1, 0, R)$$

$$b) \delta(q_1, Z) = (q_1, Z, R)$$

$$c) \delta(q_1, 1) = (q_2, Z, L)$$

(T se move para a direita no estado q_1 (regras 2a e 2b). Quando um 1 é encontrado, ele é mudado para um Z , e o estado se torna q_2 (regra 2c). Em q_2 , vemos que T se move para a esquerda, procurando por um 0 para converter para um Y . Movendo para a esquerda, T encontrará um bloco de Z s, então talvez um bloco de 0's, então um Y .)

$$3) a) \delta(q_2, Z) = (q_2, Z, L)$$

$$b) \delta(q_2, Y) = (q_3, Y, R)$$

$$c) \delta(q_2, 0) = (q_4, 0, L)$$

(T se move para a esquerda através de Z s (3a). Se T encontra um Y enquanto no estado q_2 , não há mais 0's para converter. T vai para o estado

q_3 para checar que não há mais 1's (3b). Se um 0 é encontrado, T vai para o estado q_4 e se move para a esquerda para converter o 0 mais a esquerda (3c.)

4) a) $\delta(q_4, 0) = (q_4, 0, L)$

b) $\delta(q_4, Y) = (q_0, Y, R)$

(T se move através de 0's (4a). Se um Y é encontrado, T passou o 0 mais a esquerda e então deve mover para a direita, para converter o 0 em um Y . Entra no estado q_0 e o processo descrito nas regras 1 a 4 se repete (regra 4b).)

5) a) $\delta(q_3, Z) = (q_3, Z, R)$

b) $\delta(q_3, B) = (q_5, Z, R)$

(T entra no estado q_3 quando não houver mais 0's (veja 3a). T deve mover à direita (5a). Se um branco for encontrado antes de um 1, então não há mais 1's (5b). A entrada está em L e T entra no estado q_5 , o estado de aceitação.)

6) δ é indefinida, para outros casos diferentes de 1 a 5 acima.

Verifique como T age com a entrada 000111 através de transições entre descrições instantâneas.