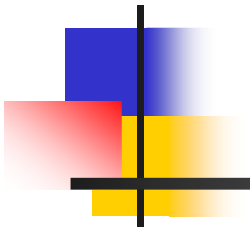


# Métodos de Ordenação

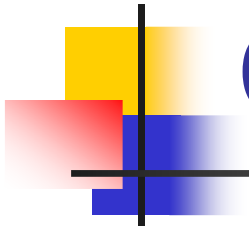
## Parte 1

**SCC-201 Introdução à Ciência da Computação II**

Rosane Minghim

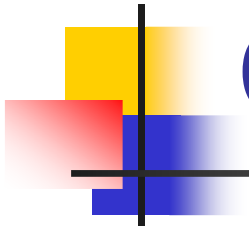
2010/2011

Baseado no material dos Professores Rudinei Goularte e Thiago Pardo



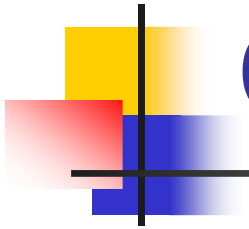
# O Problema da Ordenação

- Ordenação (ou classificação) é largamente utilizada
  - Listas telefônicas e dicionários
  - Grandes sistemas de BD e processamento de dados
    - 25% da computação em ordenação
  - Algoritmos de ordenação são ilustrativos
    - Como resolver problemas computacionais
    - Como desenvolver algoritmos elegantes e como analisar e comparar seus desempenhos



# O Problema da Ordenação

- Ordenar (ou classificar)
  - *Definição: organizar uma seqüência de elementos de modo que os mesmos estabeleçam alguma relação de ordem*
    - *Diz-se que os elementos $k_1,\ldots,k_n$ estarão dispostos de modo que $k_1 \leq k_2 \leq \ldots \leq k_n$*
  - Facilita a busca/localização/recuperação de um elemento dentro do conjunto a que pertence
    - Será?

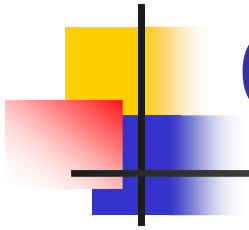


# O Problema da Ordenação

- Ocasionalmente, dá menos trabalho buscar um elemento em um conjunto desordenado do que ordenar primeiro e depois buscar

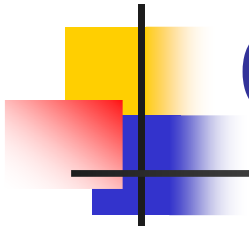
- Por outro lado, se a busca for uma operação freqüente, vale a pena ordenar
  - A classificação pode ser feita somente uma vez!

- Depende das circunstâncias!



# O Problema da Ordenação

- Terminologia/conceitos
  - Ordenação de **registros** (em um arquivo), em que cada registro é ordenado por sua **chave**
  - Ordenação **interna** vs. **externa**
  - Ordenação **estável**: ordenação original de registros com mesma chave é preservada após a ordenação dos registros

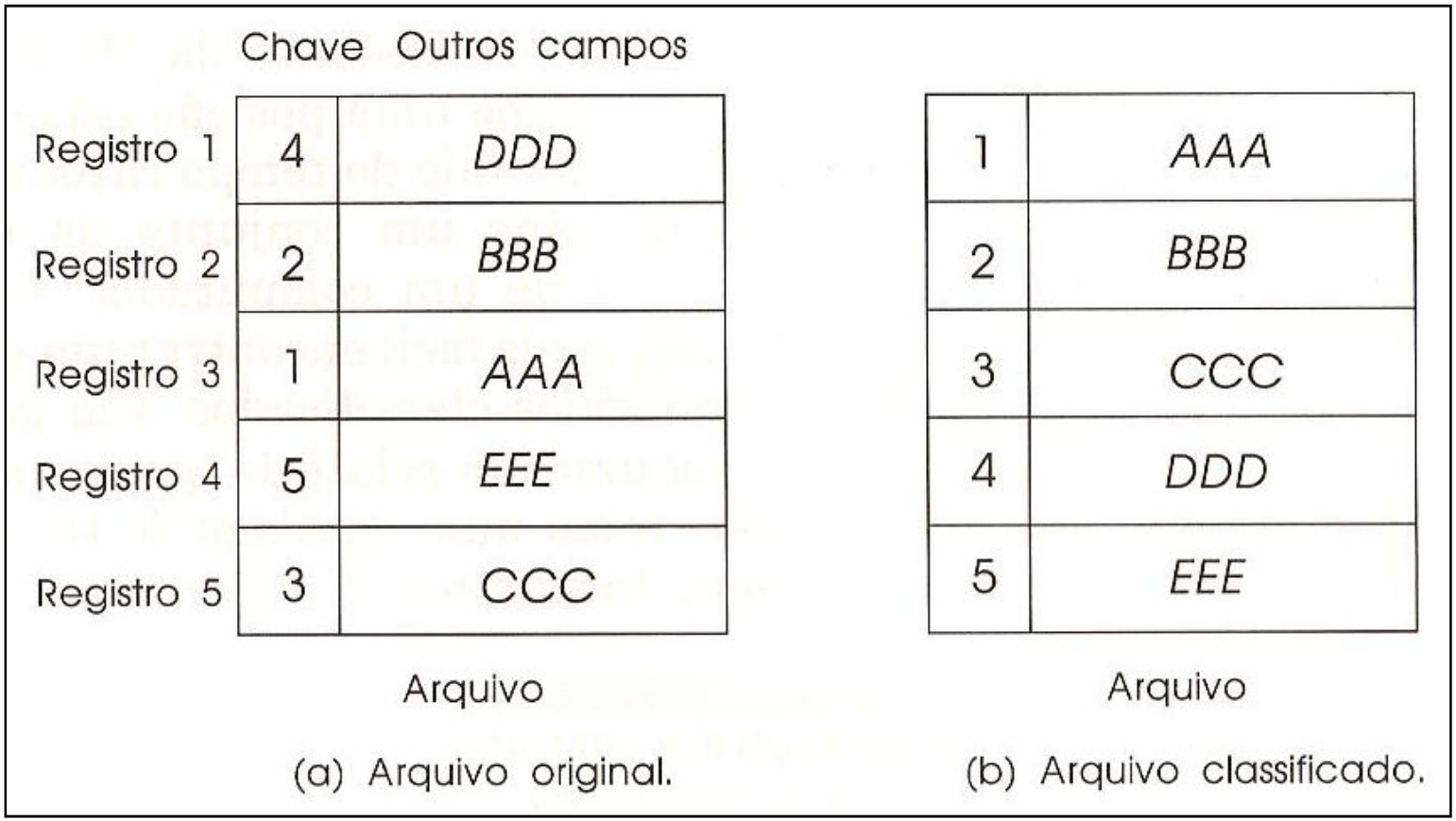


# O Problema da Ordenação

- Terminologia/conceitos
  - Ordenação sobre os próprios registros
    - Os registros são trocados de posição
  - Ordenação por endereços
    - Mantém-se uma tabela de ponteiros para os registros e alteram-se somente os ponteiros durante a ordenação

# O Problema da Ordenação

- Exemplo: ordenação sobre os próprios registros



| | Chave | Outros campos |
|---|---|---|
| Registro 1 | 4 | *DDD* |
| Registro 2 | 2 | *BBB* |
| Registro 3 | 1 | *AAA* |
| Registro 4 | 5 | *EEE* |
| Registro 5 | 3 | *CCC* |

Arquivo

(a) Arquivo original.

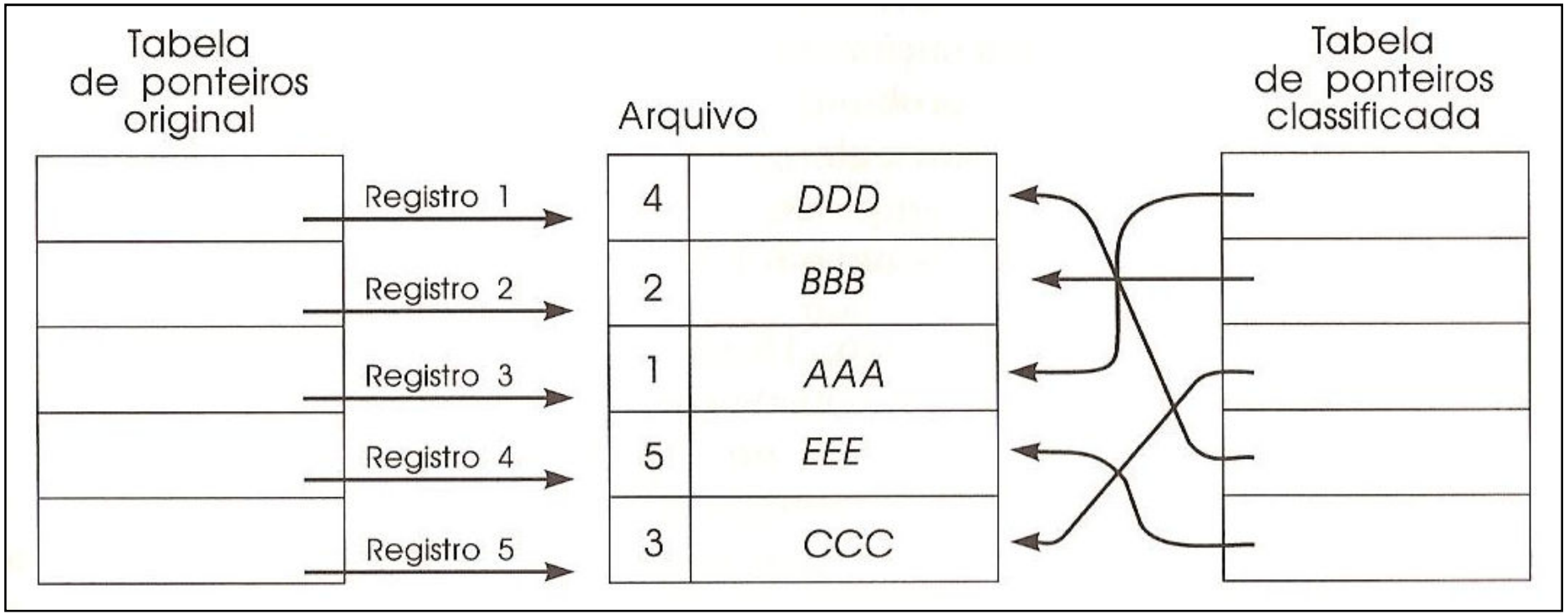
| | |
|---|---|
| 1 | *AAA* |
| 2 | *BBB* |
| 3 | *CCC* |
| 4 | *DDD* |
| 5 | *EEE* |

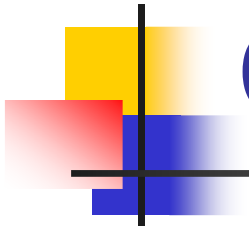
Arquivo

(b) Arquivo classificado.

# O Problema da Ordenação

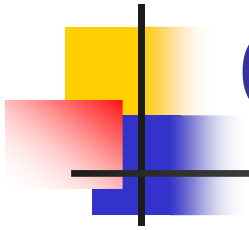
- Exemplo: ordenação por endereços





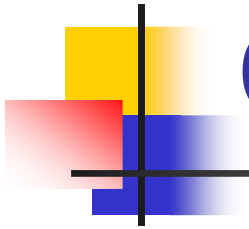
# O Problema da Ordenação

- Terminologia/conceitos
  - Registros a serem ordenados podem ser complexos ou não
    - Exemplos
      - Dados de empregados de uma empresa, sendo que a ordenação deve ser pelo RG do empregado
      - Números inteiros
    - Métodos de ordenação independem desse fator!



# O Problema da Ordenação

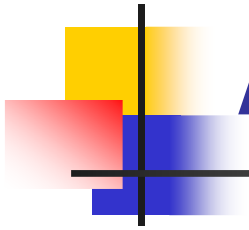
- Existem vários meios de implementar ordenação
- Dependendo do problema, um algoritmo apresenta vantagens e desvantagens sobre outro
- Como comparar?



# O Problema da Ordenação

- Devemos comparar as complexidades dos algoritmos

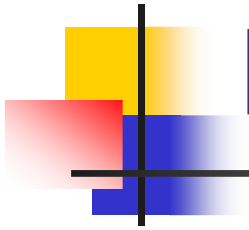
- Qual a operação dominante?
  - Número de comparações entre elementos, na maioria dos casos
    - Somente as comparações que podem resultar em trocas



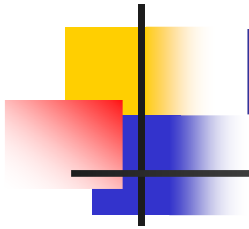
# Algoritmos de Ordenação

- Tradicionalmente, nos estudos dos métodos de ordenação, assume-se que a entrada dos algoritmos é um vetor de números inteiros
  - Procura-se ordem crescente

# Algoritmos de Ordenação Baseados em Troca



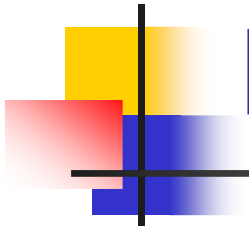
- Mais conhecidos algoritmos baseados em troca
  - Bubble-sort, também chamado método da bolha
  - Quick-sort, ou ordenação rápida ou, ainda, ordenação por troca de partição



# Bubble-sort

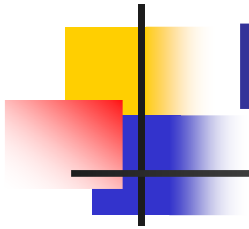
- É um dos métodos mais conhecidos e intuitivos

- Idéia básica
  - Percorrer o vetor várias vezes
  - A cada iteração, comparar cada elemento com seu sucessor (vetor[i] com vetor[i+1]) e trocá-los de lugar caso estejam na ordem incorreta



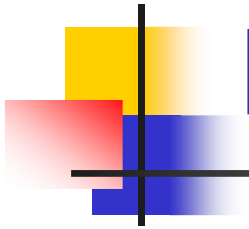
# Bubble-sort: um passo

- X = (25 , 57 , 48 , 37 , 12 , 92 , 86 , 33)
  - X[0] com X[1] (25 com 57)  não ocorre permutação
  - X[1] com X[2] (57 com 48)  ocorre permutação
  - X[2] com X[3] (57 com 37)  ocorre permutação
  - X[3] com X[4] (57 com 12)  ocorre permutação
  - X[4] com X[5] (57 com 92)  não ocorre permutação
  - X[5] com X[6] (92 com 86)  ocorre permutação
  - X[6] com X[7] (92 com 33)  ocorre permutação



# Bubble-sort

- Depois do primeiro passo
  - vetor = (24 , 48 , 37 , 12 , 57 , 86 , 33 , 92)
  - O maior elemento (92) está na posição correta
- Para um vetor de n elementos, são necessárias n-1 iterações
- A cada iteração, os elementos vão assumindo suas posições corretas
  - Por que se chama método das bolhas?



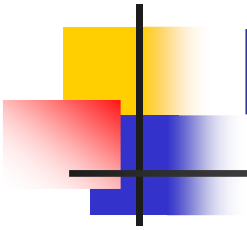
# Bubble-sort

- Exercício
  - Implementar bubble-sort
  - Calcular complexidade do algoritmo

# Bubble-sort

- Que melhorias podem ser feitas?

| | |
|---|---|
| passo 0 (vetor original) | 25 57 48 37 12 92 86 33 |
| passo 1 | 25 48 37 12 57 86 33 92 |
| passo 2 | 25 37 12 48 57 33 86 92 |
| passo 3 | 25 12 37 48 33 57 86 92 |
| passo 4 | 12 25 37 33 48 57 86 92 |
| passo 5 | 12 25 33 37 48 57 86 92 |
| passo 6 | 12 25 33 37 48 57 86 92 |
| passo 7 | 12 25 33 37 48 57 86 92 |



# Bubble-sort aprimorado

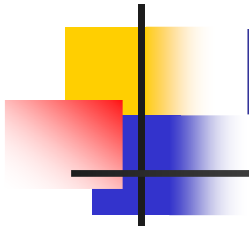
- Detectar quando o vetor já está ordenado
  - Isso ocorre quando, em um determinado passo, nenhuma troca é realizada

- O elemento vetor[n-j] estará na sua posição após o passo j
  - Para um vetor de n elementos são necessárias n-j iterações

# Bubble-sort aprimorado

```
troca = 1;
for (j = 0; (j < n-1) && troca; j++) {
    troca = 0;
    for(i= 0; i < n-j-1; i++)
        if (x[i] > x[i+1]){
                troca = 1;
                aux = x[i];
                x[i] = x[i+1];
                x[i+1] = aux;
        }
}
```

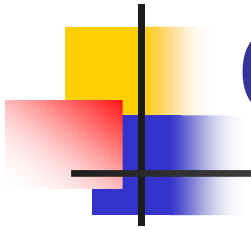
# Bubble-sort aprimorado



- Num. de comparações na iteração j é n – j:
  - (n-1) + (n-2) + (n-3) + ... (n-k) = $(2kn - k^2 – k) / 2$
  - Número médio de iterações (k) é O(n): $(2kn - k^2 – k) / 2 = (2n^2 - n^2 – n)/2 = ½(n^2 – n) = O(n^2)$
- T(n) continua $O(n^2)$, mas a constante multiplicativa é menor
- E se o vetor já estiver ordenado?
- E a complexidade de espaço?

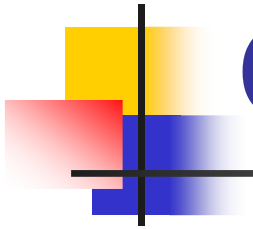
# Bubble-sort aprimorado

- Num. de comparações na iteração j é n – j:
  - (n-1) + (n-2) + (n-3) + ... (n-k) = $(2kn - k^2 – k) / 2$
  - Número médio de iterações (k) é O(n): $(2kn - k^2 – k) / 2 = (2n^2 - n^2 – n)/2 = ½(n^2 – n) = O(n^2)$
- T(n) continua $O(n^2)$, mas a constante multiplicativa é menor
- E se o vetor já estiver ordenado? O(n)
- E a complexidade de espaço? O(n)



# Quick-sort

- Melhoramento do bubble-sort
  - Troca de elementos distantes são mais efetivas
- Idéia básica: dividir para conquistar
  - Dividir o vetor em dois vetores menores que serão ordenados independentemente e combinados para produzir o resultado final



# Quick-sort

- Primeiro passo
  - Elemento pivô: v
    - Colocar v em sua posição correta
    - Ordenar de forma que os elementos à esquerda do pivô são menores que o mesmo e os elementos à direita são maiores
    - Percorrer o vetor X da esquerda para a direita até X[i] > v; e da direita para a esquerda até X[j] < v
      - Troca X[i] com X[j]
    - Quando i e j cruzarem, a iteração finaliza e v troca de lugar com i
- Segundo passo
  - Ordenar sub-vetores abaixo e acima do elemento pivô

# Quick-sort

25 57 48 37 12 86 92 33

# Quick-sort

**Pivô = 25**

down → ← up

| 25 | 57 | 48 | 37 | 12 | 86 | 92 | 33 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|

ponteiros inicializados

# Quick-sort

**Pivô = 25**

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| down | | | | | | | up | |
| 25 | 57 | 48 | 37 | 12 | 86 | 92 | 33 | ponteiros inicializados |
| | down | | | | | | up | |
| 25 | 57 | 48 | 37 | 12 | 86 | 92 | 33 | procura-se down > que pivô |

# Quick-sort

**Pivô = 25**

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| down | | | | | | | up | |
| 25 | 57 | 48 | 37 | 12 | 86 | 92 | 33 | ponteiros inicializados |
| | down | | | | | | up | |
| 25 | 57 | 48 | 37 | 12 | 86 | 92 | 33 | procura-se down > que pivô |
| | down | | | up | | | | |
| 25 | 57 | 48 | 37 | 12 | 86 | 92 | 33 | procura-se up < que pivô |

# Quick-sort

**Pivô = 25**

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| down | | | | | | | up | |
| 25 | 57 | 48 | 37 | 12 | 86 | 92 | 33 | ponteiros inicializados |
| | down | | | | | | up | |
| 25 | 57 | 48 | 37 | 12 | 86 | 92 | 33 | procura-se down > que pivô |
| | down | | | up | | | | |
| 25 | 57 | 48 | 37 | 12 | 86 | 92 | 33 | procura-se up < que pivô |
| | down | | | up | | | | |
| 25 | 12 | 48 | 37 | 57 | 86 | 92 | 33 | ***troca*** |

# Quick-sort

**Pivô = 25**

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| down | | | | | | | up | |
| 25 | 57 | 48 | 37 | 12 | 86 | 92 | 33 | ponteiros inicializados |
| | down | | | | | | up | |
| 25 | 57 | 48 | 37 | 12 | 86 | 92 | 33 | procura-se down > que pivô |
| | down | | | up | | | | |
| 25 | 57 | 48 | 37 | 12 | 86 | 92 | 33 | procura-se up < que pivô |
| | down | | | up | | | | |
| 25 | 12 | 48 | 37 | 57 | 86 | 92 | 33 | ***troca*** |
| | | down | | up | | | | |
| 25 | 12 | 48 | 37 | 57 | 86 | 92 | 33 | procura-se down > que pivô |

# Quick-sort

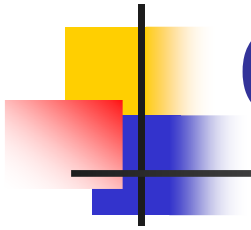
**Pivô = 25**

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| down | | | | | | | up | |
| 25 | 57 | 48 | 37 | 12 | 86 | 92 | 33 | ponteiros inicializados |
| | down | | | | | | up | |
| 25 | 57 | 48 | 37 | 12 | 86 | 92 | 33 | procura-se down > que pivô |
| | down | | | up | | | | |
| 25 | 57 | 48 | 37 | 12 | 86 | 92 | 33 | procura-se up < que pivô |
| | down | | | up | | | | |
| 25 | 12 | 48 | 37 | 57 | 86 | 92 | 33 | ***troca*** |
| | | down | | up | | | | |
| 25 | 12 | 48 | 37 | 57 | 86 | 92 | 33 | procura-se down > que pivô |
| | up | down | | | | | | |
| 25 | 12 | 48 | 37 | 57 | 86 | 92 | 33 | procura-se up < que pivô |

# Quick-sort

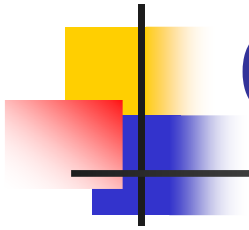
**Pivô = 25**

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| down | | | | | | | up | |
| 25 | 57 | 48 | 37 | 12 | 86 | 92 | 33 | ponteiros inicializados |
| | down | | | | | | up | |
| 25 | 57 | 48 | 37 | 12 | 86 | 92 | 33 | procura-se down > que pivô |
| | down | | | up | | | | |
| 25 | 57 | 48 | 37 | 12 | 86 | 92 | 33 | procura-se up < que pivô |
| | down | | | up | | | | |
| 25 | 12 | 48 | 37 | 57 | 86 | 92 | 33 | ***troca*** |
| | | down | | up | | | | |
| 25 | 12 | 48 | 37 | 57 | 86 | 92 | 33 | procura-se down > que pivô |
| | up | down | | | | | | |
| 25 | 12 | 48 | 37 | 57 | 86 | 92 | 33 | procura-se up < que pivô |
| | up | down | | | | | | |
| 12 | 25 | 48 | 37 | 57 | 86 | 92 | 33 | ***troca*** (down e up cruzam) |



# Quick-sort

- Todo elemento à esquerda de 25 é ≤ 25
- Todo elemento à direita de 25 é ≥ 25
- Ordenar os dois subvetores (12) e (48 37 57 86 92 33)



# Quick-sort

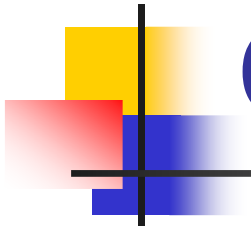
**Exercício: fazer a ordenação do vetor abaixo**

- 25 57 48 37 12 86 92 33
- (12) 25 (48 37 57 86 92 33)
- 12 25 (48 37 57 86 92 33)
- 12 25 (33 37) 48 (86 92 57)
- 12 25 33 (37) 48 (86 92 57)
- 12 25 33 37 48 (86 92 57)
- 12 25 33 37 48 (57) 86 (92)
- 12 25 33 37 48 57 86 (92)
- 12 25 33 37 48 57 86 92

# Quick-sort: algoritmo

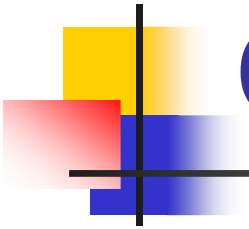
```
1 void Quicksort (int X[], int p, int r)
2 {
3     if (p < r) {
4         q = Partição(X, p, r);
5         Quicksort(X, p, q-1);
6         Quicksort(X, q+1, r);
7     }
8 }
```

```
 1 int Partição (int X[], int p, int r) {
 2     x = X[p];    up = r;   down = p;
 3     while (down < up) {
 4         while  (X[down] <= x)  {
 5             down = down+1;
 6          }
 7         while(X[up] > x)  {
 8             up = up - 1;
 9         }
10         if (down < up)
11             troca(X[down], X[up]);
12     }
13     X[p]= X[up];
14     X[up] = x;
15     return(up);
16 }
```



# Quick-sort

- Custo com pivô cujo posição correta (final) seja o meio do vetor
  - O vetor de tamanho n é dividido ao meio, cada metade é dividida ao meio, ..., m vezes => $n = 2^m$, logo, $m = \log_2 n$.
  - Cada parte do vetor realiza n comparações (com n = partição atual do vetor)
  - Cada metade = n * m
  - Custo do vetor = 2 * (n * m) = $O(n \log_2 n)$



# Quick-sort

- Custo com vetor ordenado
  - Cada partição produz um sub-vetor com 0 elementos e outro com n-1 elementos
    - A sub-rotina Partição será chamada n vezes
    - Cada partição fará n comparações
    - Custo = $O(n^2)$
  - Mesmo custo do Bubble-sort