Métodos para Classificação:

- 1R;
- Naïve Bayes.

Visão Geral:

- Simplicidade em primeiro lugar: 1R;
- Naïve Bayes.

Classificação:

- Tarefa: Dado um conjunto de exemplos pré-classificados, construir um modelo (classificador) para classificar novos exemplos.
- *Aprendizado supervisionado*: classes são conhecidas para os exemplos usados pra construir o classificador.
- Um classificador pode ser um conjunto de regras, uma árvore de decisão, uma rede neural, etc.
- Aplicações típicas: aprovação de crédito, marketing direto, detecção de fraudes, diagnósticos médicos, etc.

Sempre buscar por soluções mais simples antes (Propor novos classificadores?):

- Algoritmos simples freqüentemente funcionam muito bem!
- Existem vários tipos de estruturas de conhecimento muito simples como, por exemplo:
  - Usar somente o atributo que discrimina melhor;
  - Considerar que todos os atributos são independentes e têm igual importância;
  - Combinações lineares;
  - Aprendizado baseado em exemplos;
  - Regras lógicas simples (*clustering* supervisionado).
- Sucesso do método depende do domínio!

Inferindo regras rudimentares:

- 1R: aprende uma árvore de decisão de um nível.
  - Todas as regras usam somente um atributo.
- Versão Básica:
  - Um ramo para cada valor do atributo;
  - Para cada ramo, atribuir a classe mais freqüente;
  - Taxa de erro de classificação: proporção de exemplos que não pertencem à classe da maioria do ramo correspondente;
  - Escolher o atributo com a menor taxa de erro de classificação;

* Atributos nominais. Entretanto, pode-se discretizar outros atributos...

Pseudo-código para o 1R:

Para cada atributo:

Para cada valor do atributo gerar uma regra como segue:

Contar a freqüência de cada classe;

Encontrar a classe mais freqüente;

Formar uma regra que atribui à classe mais freqüente este atributo-valor;

Calcular a taxa de erro de classificação das regras;

Escolher as regras com a menor taxa de erro de classificação.

Exemplo para o problema *weather*:

Outlook	Temp	Humidity	Windy	Play
Sunny	Hot	High	False	No
Sunny	Hot	High	True	No
Overcast	Hot	High	False	Yes
Rainy	Mild	High	False	Yes
Rainy	Cool	Normal	False	Yes
Rainy	Cool	Normal	True	No
Overcast	Cool	Normal	True	Yes
Sunny	Mild	High	False	No
Sunny	Cool	Normal	False	Yes
Rainy	Mild	Normal	False	Yes
Sunny	Mild	Normal	True	Yes
Overcast	Mild	High	True	Yes
Overcast	Hot	Normal	False	Yes
Rainy	Mild	High	True	No

Attribute	Rules	Errors	Total errors
Outlook	Sunny → No	2/5	4/14
	Overcast → Yes	0/4	
	Rainy → Yes	2/5	
Temp	Hot → No*	2/4	5/14
	Mild → Yes	2/6	
	Cool → Yes	1/4	
Humidity	High → No	3/7	4/14
	Normal → Yes	1/7	
Windy	False → Yes	2/8	5/14
	True → No*	3/6	

* empate!

Discussão para o 1R:

- 1R foi descrito por Holte (1993)
  - Contém uma avaliação experimental em 16 bases de dados;
  - Regras simples do 1R não são muito piores do que árvores de decisão mais complexas...
- Interessado em resolver um problema de classificação ou em propor um novo classificador? Experimente o 1R primeiro.
- Implementado no Weka.

Holte, Robert C., Very Simple Classification Rules Perform Well on Most Commonly Used Datasets, Machine Learning 11 (1), pp. 63-90, 1993.

Modelagem Estatística (Bayesiana):

- Contrariamente ao 1R, usa todos os atributos;
- Duas premissas:
  - *Atributos igualmente importantes;*
  - *Atributos estatisticamente independentes* (dada a classe)
    - o valor de um atributo não influencia no valor de outro atributo;
    - Esta premissa quase sempre é violada, mas o método se mostra bastante competitivo na prática. Por quê?
    - Probabilidades estimadas não precisam necessariamente ser corretas, o que importa são as avaliações relativas.
- Tentou o 1R e não ficou satisfeito(a)? Experimente o Naive Bayes!

Verossimilhanças para dados "weather":

Outlook			Temperature			Humidity			Windy			Play	
	Yes	*No*		*Yes*	*No*		*Yes*	*No*		*Yes*	*No*	*Yes*	*No*
Sunny	2	3	Hot	2	2	High	3	4	False	6	2	9	5
Overcast	4	0	Mild	4	2	Normal	6	1	True	3	3		
Rainy	3	2	Cool	3	1								
Sunny	2/9	3/5	Hot	2/9	2/5	High	3/9	4/5	False	6/9	2/5	9/14	5/14
Overcast	4/9	0/5	Mild	4/9	2/5	Normal	6/9	1/5	True	3/9	3/5		
Rainy	3/9	2/5	Cool	3/9	1/5								

Outlook	Temp	Humidity	Windy	Play
Sunny	Hot	High	False	No
Sunny	Hot	High	True	No
Overcast	Hot	High	False	Yes
Rainy	Mild	High	False	Yes
Rainy	Cool	Normal	False	Yes
Rainy	Cool	Normal	True	No
Overcast	Cool	Normal	True	Yes
Sunny	Mild	High	False	No
Sunny	Cool	Normal	False	Yes
Rainy	Mild	Normal	False	Yes
Sunny	Mild	Normal	True	Yes
Overcast	Mild	High	True	Yes
Overcast	Hot	Normal	False	Yes
Rainy	Mild	High	True	No

Continuando...

Outlook			Temperature			Humidity			Windy			Play	
	Yes	*No*		*Yes*	*No*		*Yes*	*No*		*Yes*	*No*	*Yes*	*No*
Sunny	2	3	Hot	2	2	High	3	4	False	6	2	9	5
Overcast	4	0	Mild	4	2	Normal	6	1	True	3	3		
Rainy	3	2	Cool	3	1								
Sunny	2/9	3/5	Hot	2/9	2/5	High	3/9	4/5	False	6/9	2/5	9/14	5/14
Overcast	4/9	0/5	Mild	4/9	2/5	Normal	6/9	1/5	True	3/9	3/5		
Rainy	3/9	2/5	Cool	3/9	1/5								

- Para um novo dia:

Outlook	Temp.	Humidity	Windy	Play
Sunny	Cool	High	True	?

Verosssimilhança para as duas classes:

Para "yes" = $2/9 \times 3/9 \times 3/9 \times 3/9 \times 9/14 = 0.0053$

Para "no" = $3/5 \times 1/5 \times 4/5 \times 3/5 \times 5/14 = 0.0206$

Convertendo para probabilidades por meio de normalização:

P("yes") = 0.0053 / (0.0053 + 0.0206) = 0.205

P("no") = 0.0206 / (0.0053 + 0.0206) = 0.795

Regra de Bayes:

- Probabilidade de um evento *H* dada a evidência *E* :

$$\Pr[H \mid E] = \frac{\Pr[E \mid H]\Pr[H]}{\Pr[E]}$$

- Probabilidade *a priori* para H : $\Pr[H]$
  - Probabilidade de um evento antes de verificar a evidência
- Probabilidade *a posteriori* para H : $\Pr[H \mid E]$
  - Probabilidade de um evento após verificar a evidência

Thomas Bayes

(1702-1761)

Naïve Bayes para classificação:

- Qual é a probabilidade da classe dado um exemplo?
  - Evidência *E* = exemplo (valores dos atributos previsores);
  - Evento *H* = classe para um exemplo;
- Premissa Naïve: evidência *dividida* em partes (i.e. atributos) independentes.

$$Pr[H \mid E] = \frac{Pr[E_1 \mid H]\, Pr[E_2 \mid H] \ldots Pr[E_n \mid H]\, Pr[H]}{Pr[E]}$$

Para o nosso registro:

Outlook	Temp.	Humidity	Windy	Play
Sunny	Cool	High	True	?

← ***Evidência E***

$$\Pr[yes \mid E] = \Pr[Outlook = Sunny \mid yes]$$
$$\times \Pr[Temperature = Cool \mid yes]$$
$$\times \Pr[Humidity = High \mid yes]$$
$$\times \Pr[Windy = True \mid yes]$$
$$\times \frac{\Pr[yes]}{\Pr[E]}$$

$$= \frac{\frac{2}{9} \times \frac{3}{9} \times \frac{3}{9} \times \frac{3}{9} \times \frac{9}{14}}{\Pr[E]}$$

Probabilidade da classe "yes"

Problema da freqüência *zero:*

- O que acontece se um determinado valor de atributo não aparece na base de treinamento, mas aparece no exemplo de teste?
  (e.g. "outlook=overcast" para classe "no")
  - Probabilidade correspondente será zero!
  - *Probabilidade a posteriori* será também zero!

- Possível solução: adicionar 1 ao contador para cada combinação de valor-classe (Estimador de *Laplace*). Como resultado, as probabilidades nunca serão *zero!*

Estimativas das probabilidades modificadas:

- No caso geral, pode-se adicionar uma constante μ diferente de 1;
- Exemplo: atributo *outlook* para a classe *yes:*

$\frac{2+\mu/3}{9+\mu}$	$\frac{4+\mu/3}{9+\mu}$	$\frac{3+\mu/3}{9+\mu}$
Sunny	***Overcast***	***Rainy***

Valores ausentes:

- Treinamento: excluir exemplo do conjunto de treinamento;
- Classificação: omitir atributo com valor ausente do cálculo;
- Exemplo:

Outlook	Temp.	Humidity	Windy	Play
?	Cool	High	True	?

Verossimilhança para "yes" = $3/9 \times 3/9 \times 3/9 \times 9/14 = 0.0238$

Verossimilhança para "no" = $1/5 \times 4/5 \times 3/5 \times 5/14 = 0.0343$

Chance ("yes") = 0.0238 / (0.0238 + 0.0343) = 41%

Chance ("no") = 0.0343 / (0.0238 + 0.0343) = 59%

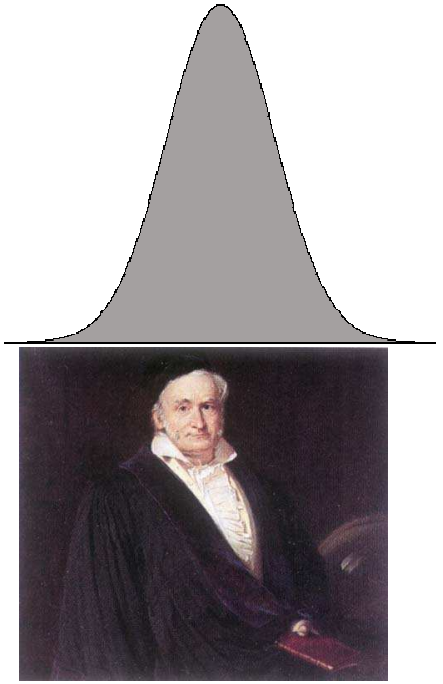
Atributos numéricos:

- Assumir uma distribuição normal para estimar as probabilidades:

$$\mu = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

$$\sigma = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu)^2$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$



Karl Gauss, 1777-1855

Estatísticas para "weather":

Outlook			Temperature		Humidity		Windy			Play	
	Yes	*No*	*Yes*	*No*	*Yes*	*No*		*Yes*	*No*	*Yes*	*No*
Sunny	2	3	64, 68,	65, 71,	65, 70,	70, 85,	False	6	2	9	5
Overcast	4	0	69, 70,	72, 80,	70, 75,	90, 91,	True	3	3		
Rainy	3	2	72, …	85, …	80, …	95, …					
Sunny	2/9	3/5	μ =73	μ =75	μ =79	μ =86	False	6/9	2/5	9/14	5/14
Overcast	4/9	0/5	σ =6.2	σ =7.9	σ =10.2	σ =9.7	True	3/9	3/5		
Rainy	3/9	2/5									

- Valor de densidade:

$$f(temperature = 66 \mid yes) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,6.2} e^{-\frac{(66-73)^2}{2*6.2^2}} = 0.0340$$

Discussão para Naïve Bayes:

- Naïve Bayes funciona bem mesmo quando suas premissas são violadas. Classificação não requer estimativas precisas da probabilidade, desde que a probabilidade máxima seja atribuída à classe correta
  (Domingos & Pazzani, On the Optimality of the Simple Bayesian Classifier under Zero-One Loss, Machine Learning 29, 103-130, 1997).
- Entretanto, a existência de muitos atributos redundantes pode causar problemas;
- Muitos atributos numéricos não seguem uma distribuição *Guassiana* ($\rightarrow$ *kernel density estimators*).

Extensões para o Naïve Bayes:

- Selecionar melhores atributos (e.g. busca gulosa);
- Redes Bayesianas;