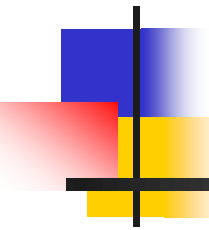


# Árvores-B (Parte II)

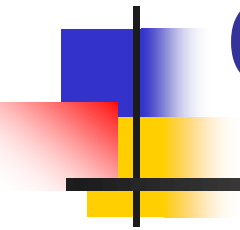
Leandro C. Cintra

M.C.F. de Oliveira

2004

Fonte: Folk & Zoelick, File Structures

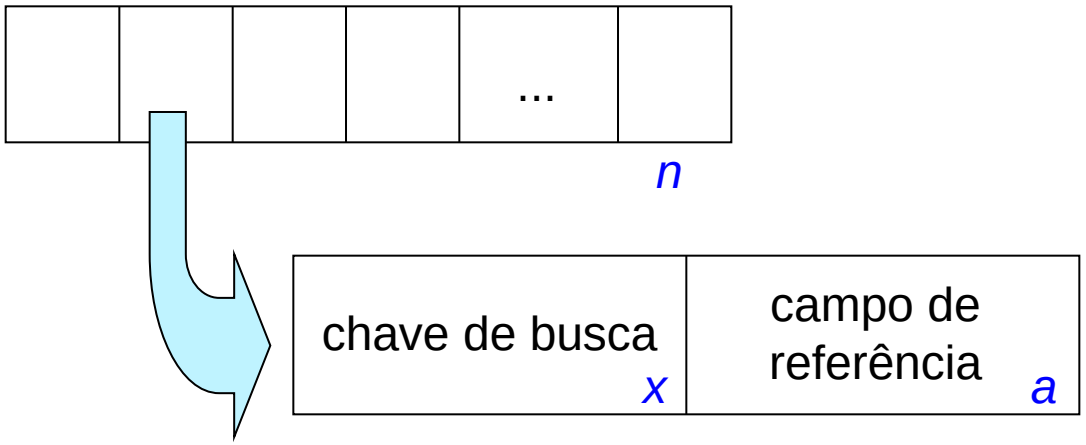
(atualizado 2007 c/ material Profa. Cristina Ciferri)



# Construção de árvores-B

# Características Gerais

- Organizar e manter um índice para um arquivo de acesso aleatório altamente dinâmico
- Índice
  - *n* elementos (x,a) de tamanho fixo

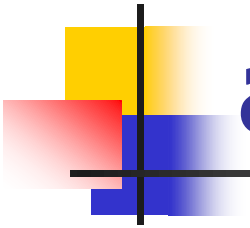


# Características Gerais

- Índice
  - extremamente volumoso
- *Buffer-pool* pequeno
  - apenas uma parcela do índice pode ser carregada em memória principal
  - operações baseadas em disco
- Desempenho
  - proporcional a $\log_K I$ *ou melhor*

- I: tamanho do índice
- K: tamanho da página de disco

# Construção *Top-Down* de árvores paginadas



- É simples construir uma árvore paginada se todo o conjunto de chaves é conhecido antes de iniciar a construção
  - Inicia-se pela chave do meio para obter uma árvore balanceada
- Porém, é complicado se as chaves são recebidas em uma seqüência aleatória

# Construção *Top-Down* de árvores paginadas

- **Ordem:** C S D T A M P I B W N G U R K E H O L J Y Q Z F X V

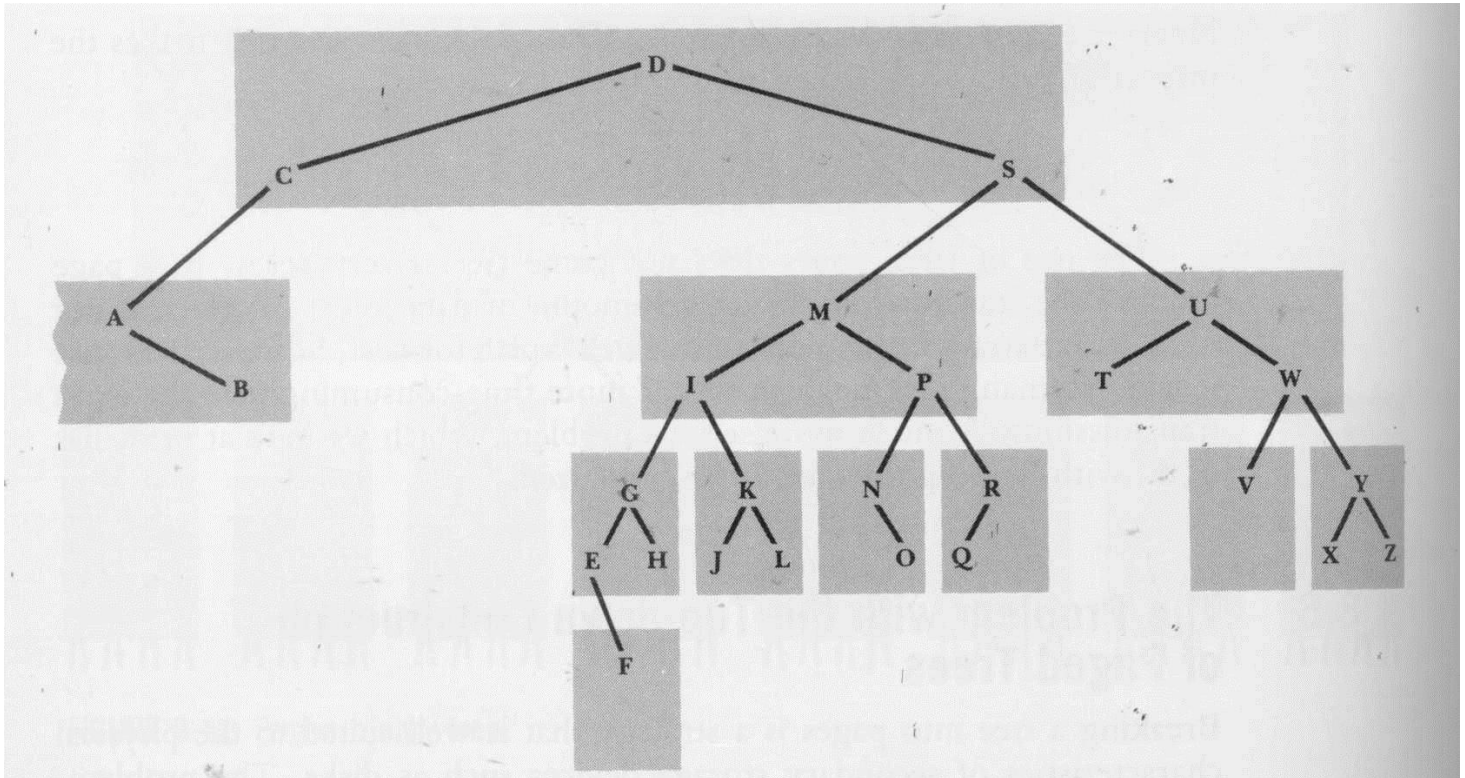


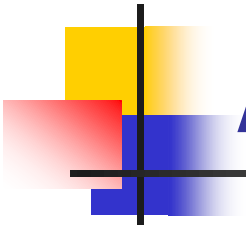

**FIGURE 8.13** Paged tree constructed from keys arriving in random input sequence.

# Construção *Top-Down* de árvores paginadas

- Na figura anterior, a construção foi feita *top-down,* a partir da raiz
- Sempre que uma chave é inserida a árvore dentro da página sofre uma rotação, sempre que necessário, para manter o balanceamento
- Construção a partir da raiz implica em que as chaves iniciais estarão necessariamente na raiz
- C e D não deveriam estar no topo, pois acabam desbalanceando a árvore de forma definitiva
- Esta árvore não está tão ruim, mas o que aconteceria se as chaves fossem fornecidas em ordem alfabética?

# Construção *Top-Down* de árvores paginadas

- **Questões**
  - como garantir que as chaves na página raiz são boas separadoras, i.e., dividem o conjunto de chaves de maneira balanceada ?
  - como impedir o agrupamento de chaves que não deveriam estar na mesma página (como C, D e S, por exemplo)
  - como garantir que cada página contenha um número mínimo de chaves ?

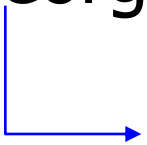


# Árvore B

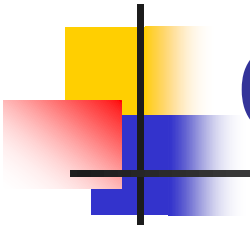
- Características
  - balanceada
  - bottom-up para a criação (em disco)
    - nós folhas $\rightarrow$ nó raiz
- Inovação
  - não é necessário construir a árvore a partir do nó raiz, como é feito para árvores em memória principal e para as árvores anteriores

# Construção *Bottom-Up*

- Conseqüências
  - chaves "erradas" não são mais alocadas no nó raiz
    - elimina as questões em aberto de *chaves separadoras* e de *chaves extremas*
  - não é necessário tratar o problema de desbalanceamento usando algoritmos de reorganização da árvore

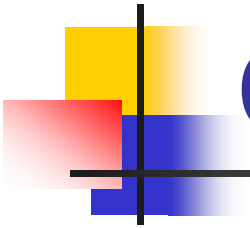


na árvore-B, as chaves na raiz da árvore emergem naturalmente



# Características

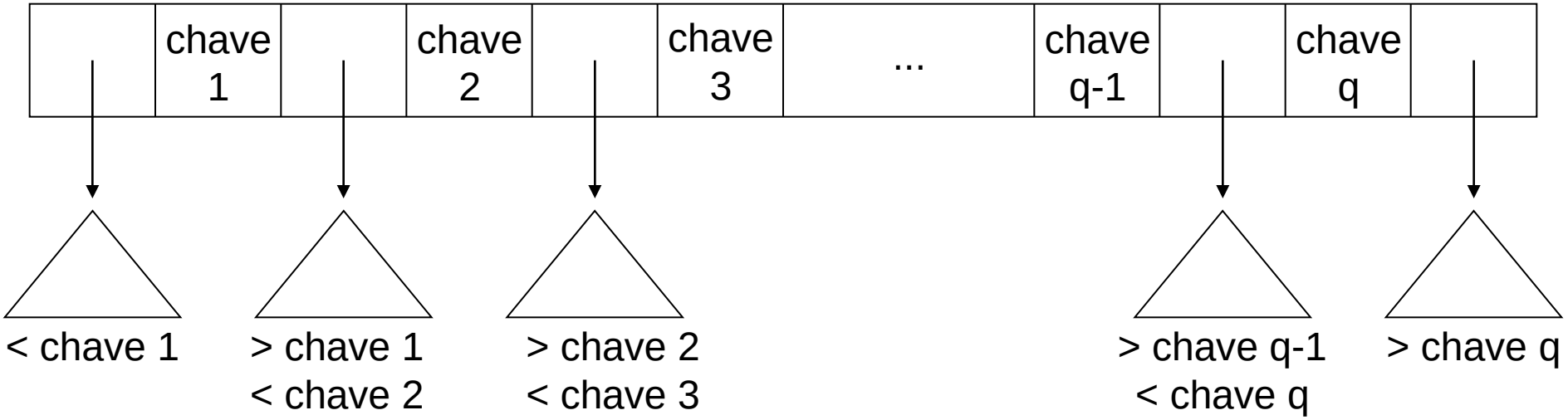
- Nó (= página de disco)
  - seqüência ordenada de chaves
  - conjunto de ponteiros
    - número de ponteiros = número de chaves + 1
  - não há uma árvore explícita dentro de uma página (ou nó da árvore)



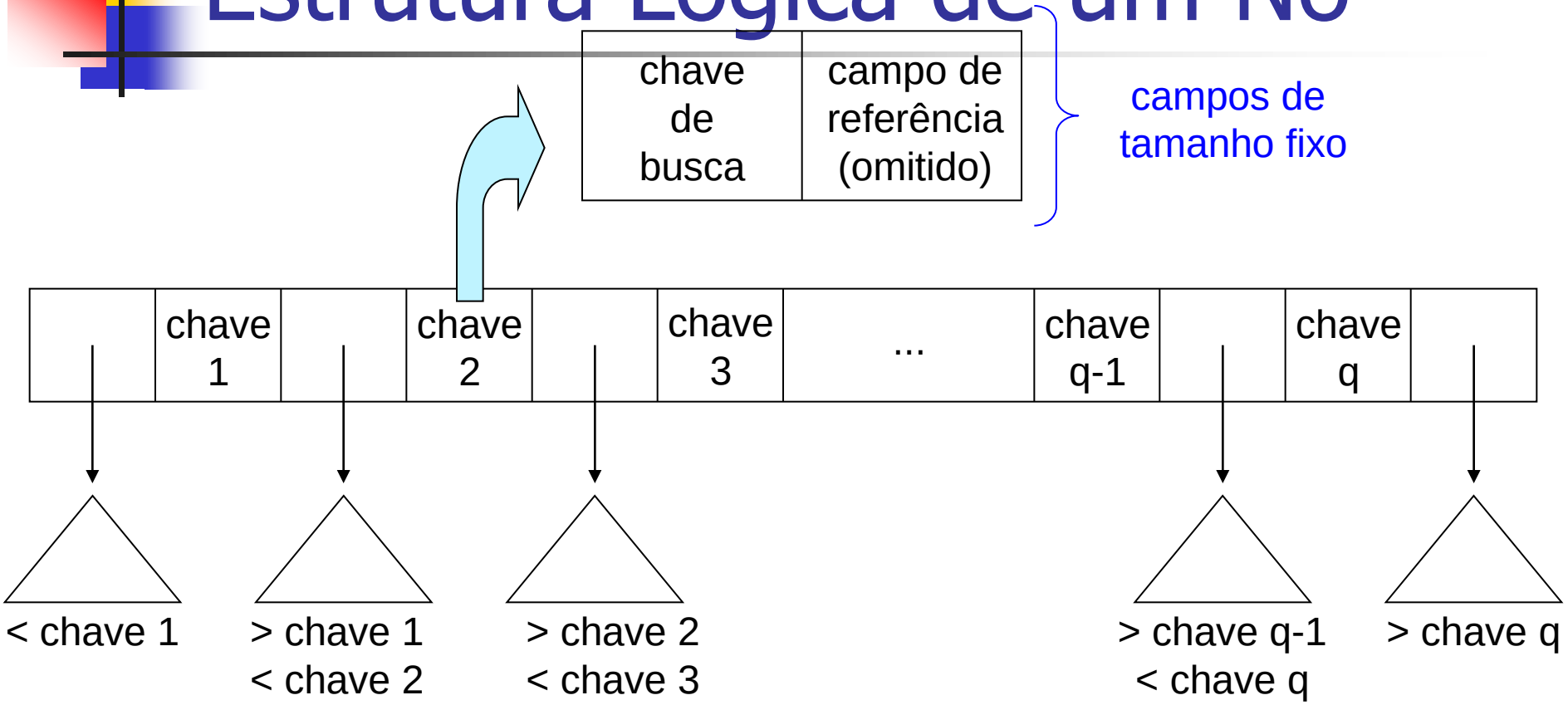
# Características

- Ordem
  - número máximo de ponteiros que pode ser armazenado em um nó
  - exemplo: árvore-B de ordem 8
    - máximo de 7 chaves e 8 ponteiros
- Observações
  - número máximo de ponteiros é igual ao número máximo de descendentes de um nó
  - nós folhas não possuem filhos, e seus ponteiros são nulos

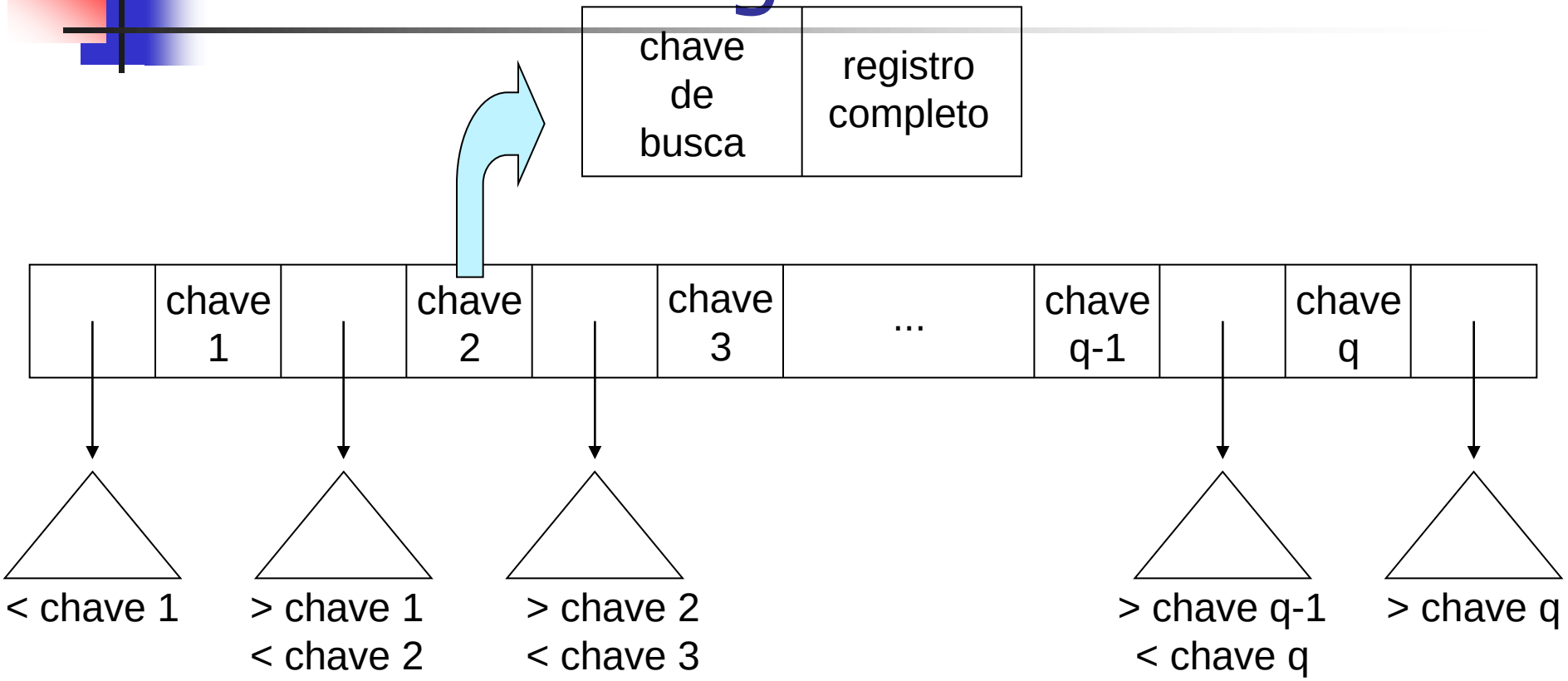
# Estrutura Lógica de um Nó



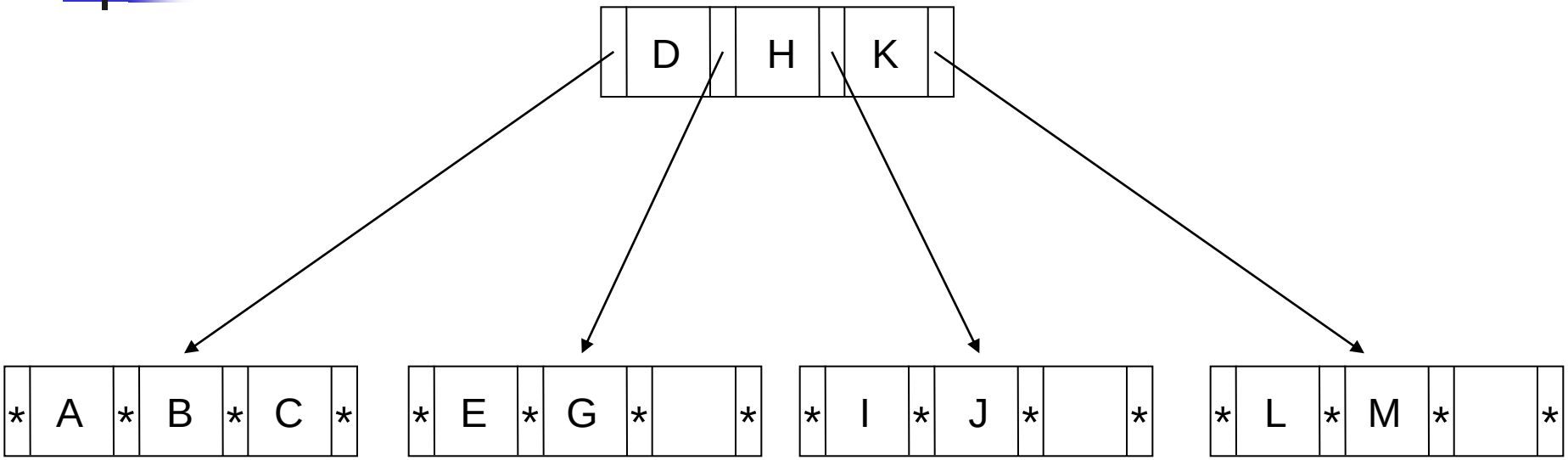
# Estrutura Lógica de um Nó

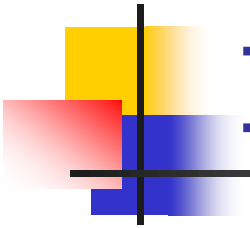


# Estrutura Lógica de um Nó



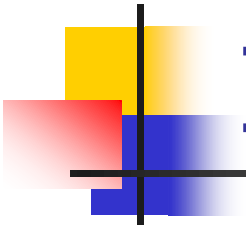
# Exemplo





# Inserção de Dados (Chave)

- Característica
  - sempre realizada nos nós folhas
- Situações a serem analisadas
  - árvore vazia
  - overflow no nó raiz
  - inserção nos nós folhas

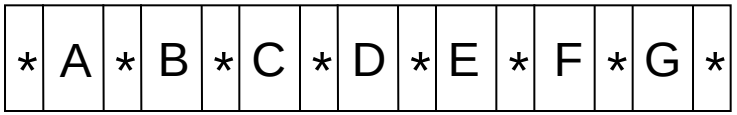


# Inserção: Situação Inicial

- Criação e preenchimento do nó
  - primeira chave: criação do nó raiz
  - demais chaves: inserção até a capacidade limite do nó
- Exemplo
  - nó com capacidade para 7 chaves
  - chaves: letras do alfabeto
  - situação inicial: árvore vazia

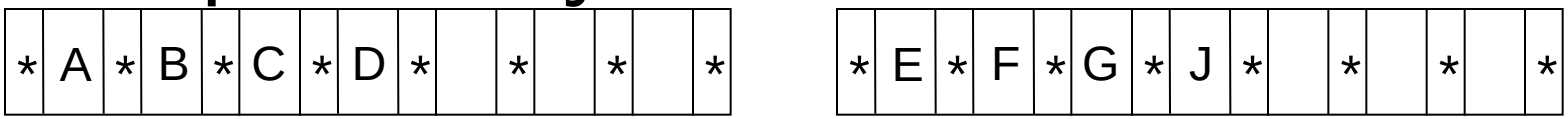
# Inserção: Situação Inicial

- Chaves B C G E F D A
  - inseridas desordenadamente
  - mantidas ordenadas no nó
- Ponteiros (*)
  - nós folhas: -1 ou fim de lista (NIL)
  - nós internos: RRN do nó filho ou -1
- Nó raiz (= nó folha)



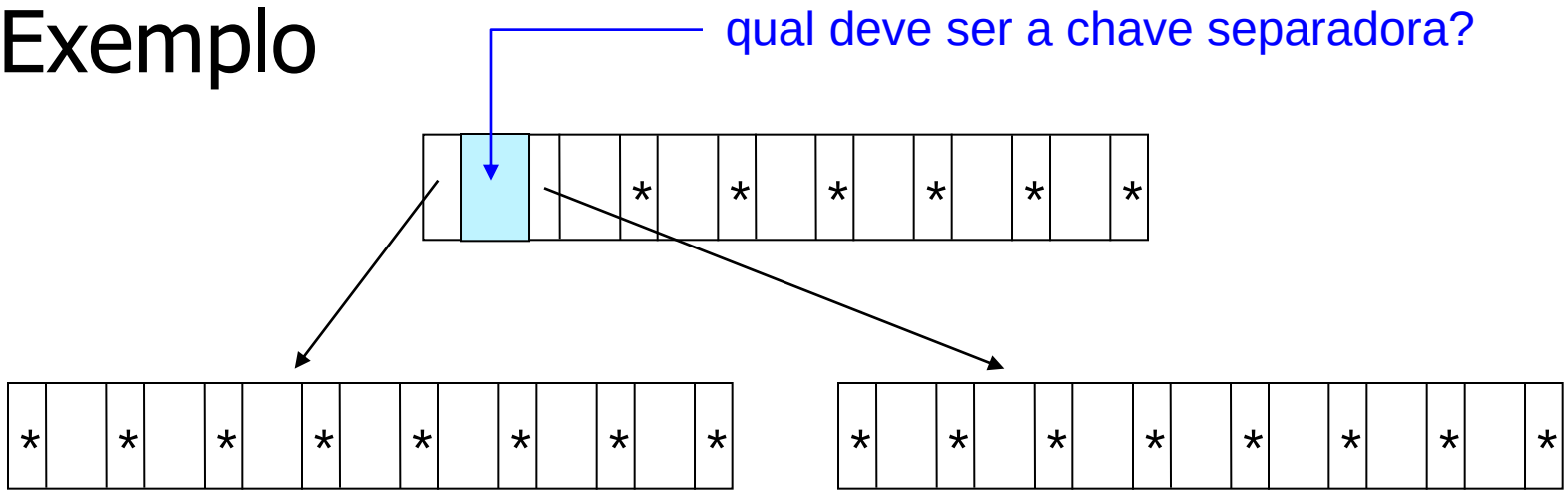
# Inserção: *Overflow* Nó Raiz

- Passo 1 – particionamento do nó (*split*)
  - nó original $\rightarrow$ nó original + novo nó
    - *split* 1-to-2
  - as chaves são distribuídas uniformemente nos dois nós
    - chaves do nó original + nova chave
- Exemplo: inserção de J



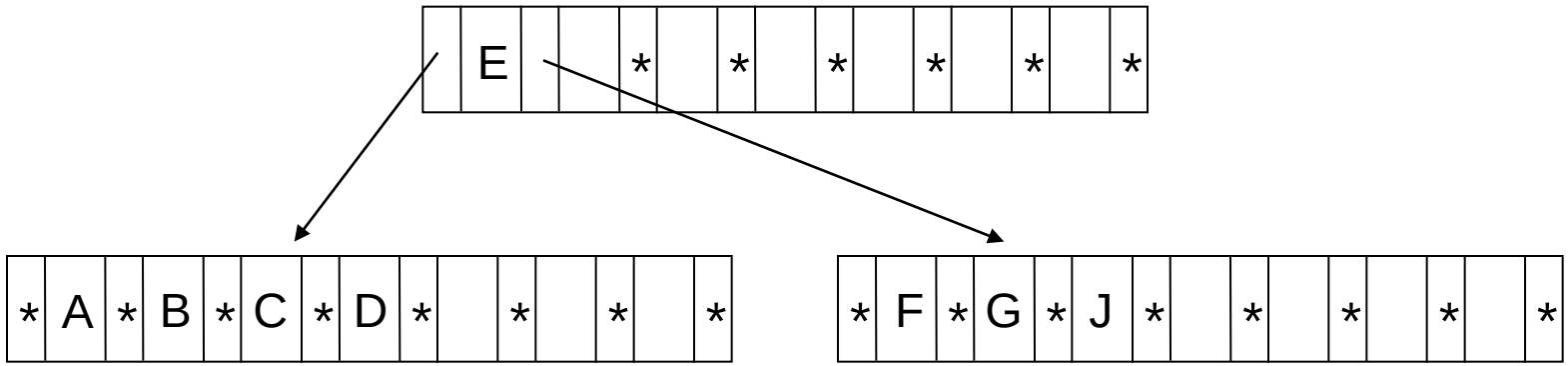
# Inserção: *Overflow* Nó Raiz

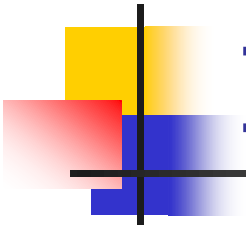
- Passo 2 – criação de uma nova raiz
  - a existência de um nível mais alto na árvore permite a escolha das folhas durante a pesquisa
- Exemplo



# Inserção: *Overflow* Nó Raiz

- Passo 3 – promoção de chave (*promotion*)
  - a primeira chave do novo nó resultante do particionamento é promovida para o nó raiz
- Exemplo

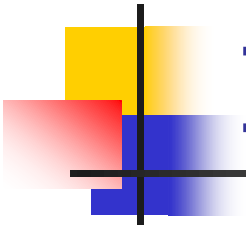




# Inserção: Nós Folhas

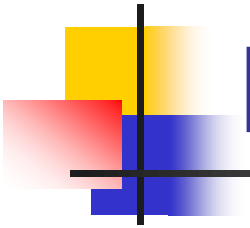
- Passo 1 – pesquisa
  - a árvore é percorrida até encontrar o nó folha no qual a nova chave será inserida
- Passo 2 – inserção em nó com espaço
  - ordenação da chave após a inserção
  - alteração dos valores dos campos de referência

nó folha em memória principal



# Inserção: Nós Folhas

- Passo 2 – inserção em nó cheio
  - particionamento
    - criação de um novo nó
      (nó original $\rightarrow$ nó original + novo nó)
    - distribuição uniforme das chaves nos dois nós
  - promoção
    - escolha da primeira chave do novo nó como chave separadora no nó pai
    - ajuste do nó pai para apontar para o novo nó
    - propagação de overflow

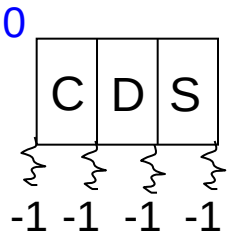


# Exemplo

- Insira as seguintes chaves em um índice árvore-B
  - C S D T A M P I B W N G U R K E H O L J Y Q Z F X V
- Ordem da árvore-B: 4
  - em cada nó (página de disco)
    - número de chaves: 3
    - número de ponteiros: 4

# C S D T A M P I B W N G U R K ...

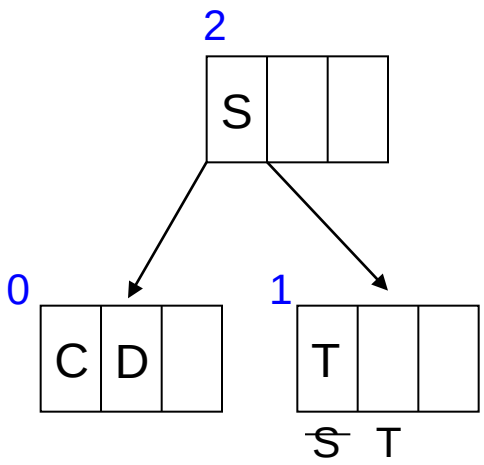
- Passo 1 – inserção de C, S, D
  - criação do nó raiz
    - C
    - C S
    - C D S



# C S D T A M P I B W N G U R K ...

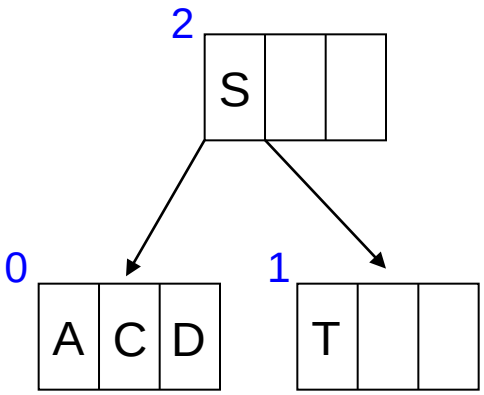
- Passo 2 – inserção de T
  - nó raiz cheio

- particionamento do nó
- criação de uma nova raiz
- promoção de S



# C S D T A M P I B W N G U R K ...

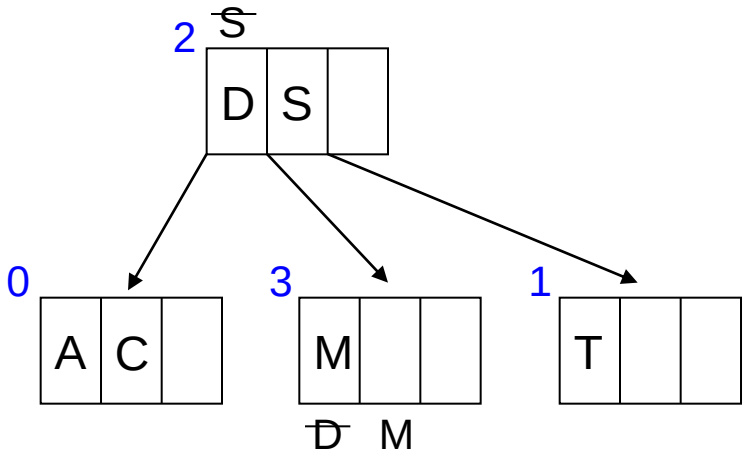
- Passo 3 – inserção de A
  - nó folha com espaço



# C S D T A M P I B W N G U R K ...

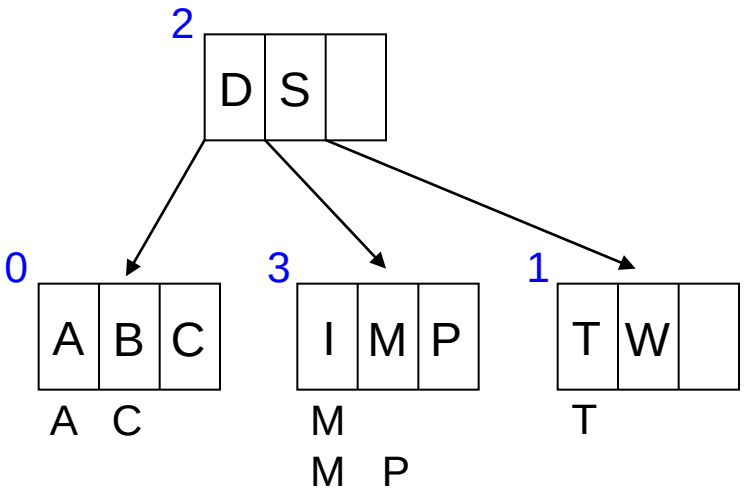
- Passo 4 – inserção de M
  - nó folha 0 cheio

• particionamento do nó
• promoção de D



# C S D T A M P I B W N G U R K ...

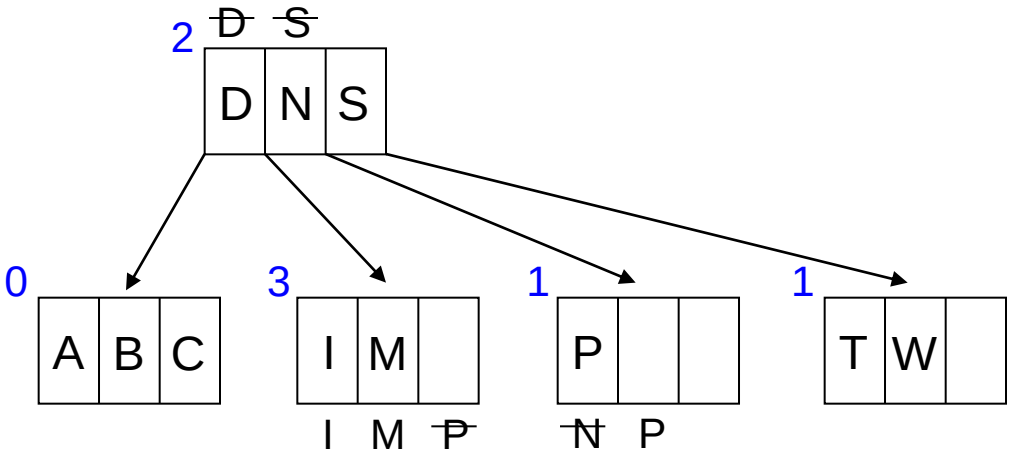
- Passo 5 – inserção de P, I, B, W
  - nós folhas com espaço



# C S D T A M P I B W N G U R K ...

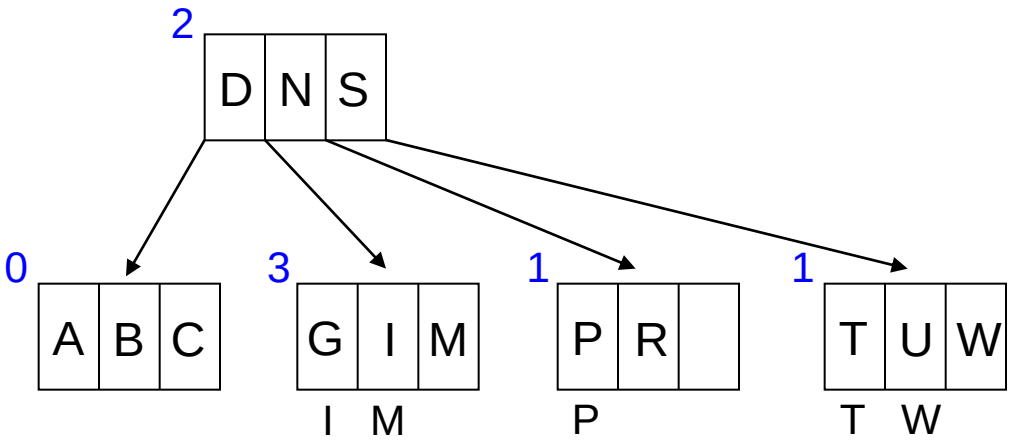
- Passo 6 – inserção de N
  - nó folha 3 cheio

- particionamento do nó
- promoção de N



# C S D T A M P I B W N G U R K ...

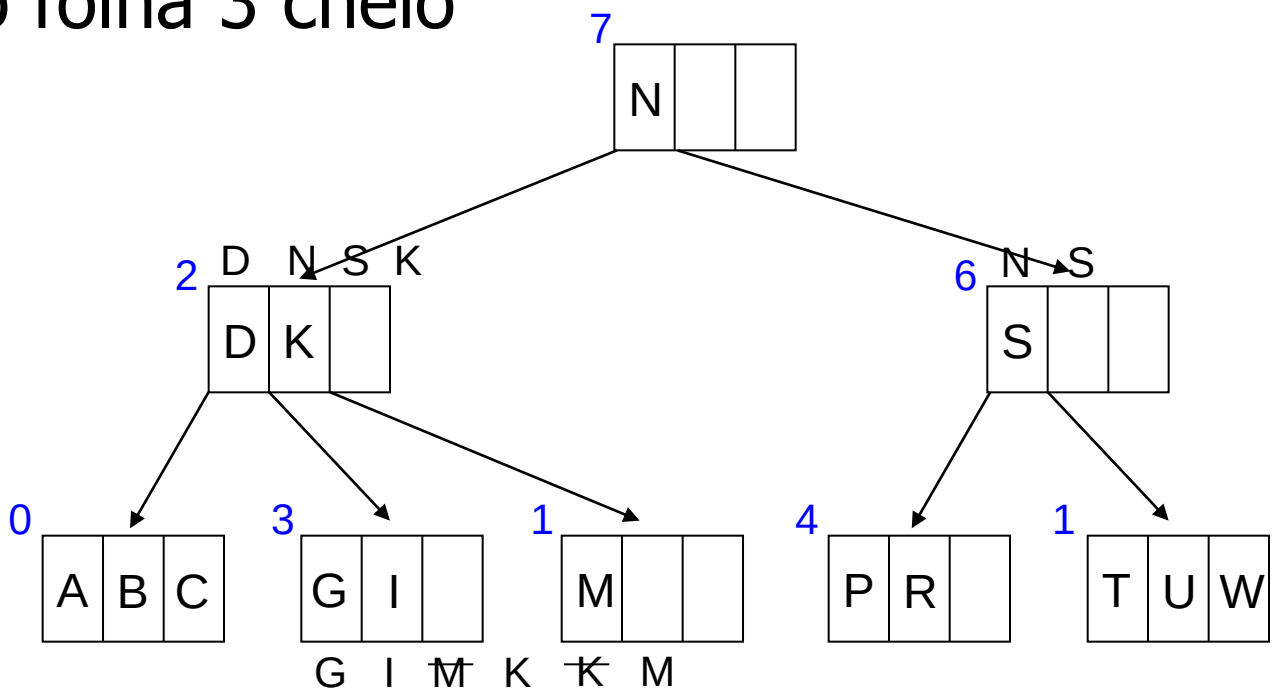
- Passo 7 – inserção de G, U, R
  - nós folhas com espaço

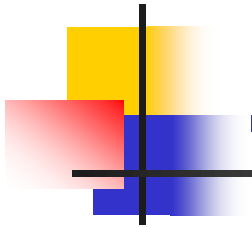


# C S D T A M P I B W N G U R K ...

- particionamento do nó 3
- promoção de K
- particionamento do nó 2
- promoção de N

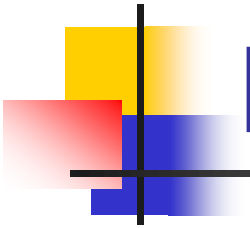
- Passo 8 – inserção de K
  - nó folha 3 cheio





# ... E H O L J Y Q Z F X V

- Finalizar a construção da árvore

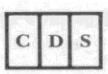


# Exercícios

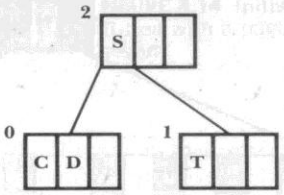
- Na árvore-B do exemplo anterior, insira a chave $, sendo que $ < A.
- Insira as seguintes chaves em um índice árvore-B
  - C S D T A M P I B W N G U R K E H O L J Y Q Z F X V
  - diferentemente do exemplo anterior, escolha o último elemento do primeiro nó para promoção durante o particionamento do nó.

# Exemplo Inserção: **C S D T A M P I B W N G U R K E H O L J Y Q Z F X V**

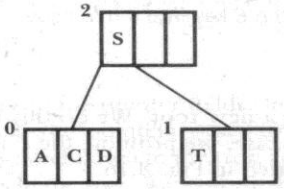
Insertion of *C*, *S*, and *D* into the initial page:



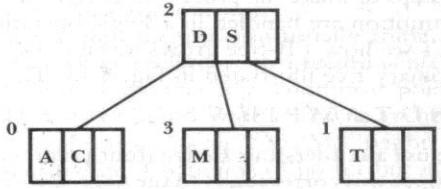

Insertion of *T* forces the split and the promotion of *S*:



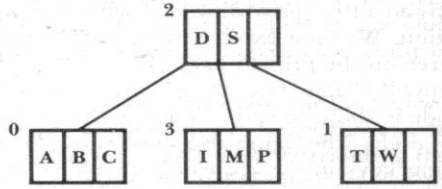

*A* added without incident:




Insertion of *M* forces another split and the promotion of *D*:




*P*, *I*, *B*, and *W* inserted into existing pages:




Insertion of *N* causes another split, followed by the promotion of *N*. *G*, *U*, and *R* are added to existing pages:

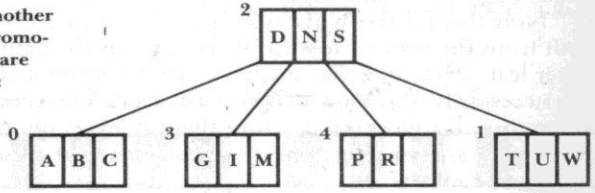
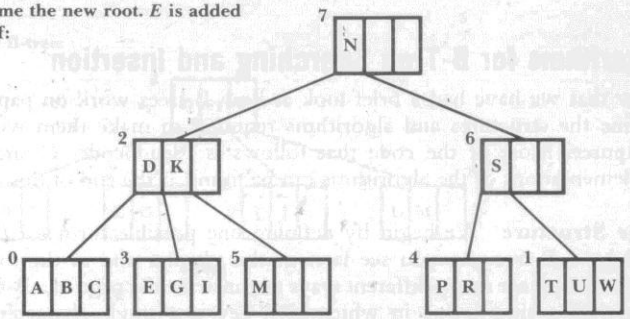
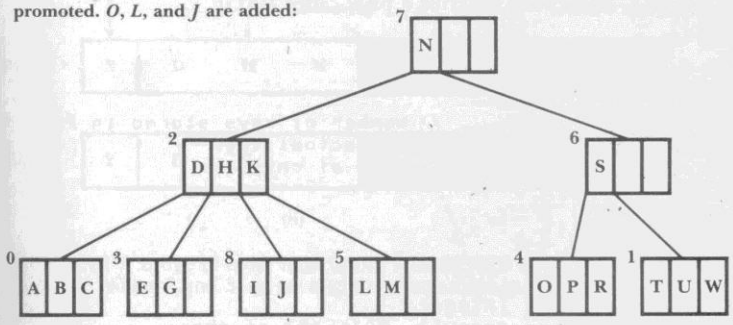



**FIGURE 8.17** Growth of a B-tree, part I. The tree grows to a point at which splitting of the root is imminent.

Insertion of *K* causes a split at leaf level, followed by the promotion of *K*. This causes a split of the root. *N* is promoted to become the new root. *E* is added to a leaf:




Insertion of *H* causes a leaf to split. *H* is promoted. *O*, *L*, and *J* are added:




Insertion of *Y* and *Q* force two more leaf splits and promotions. Remaining letters are added:

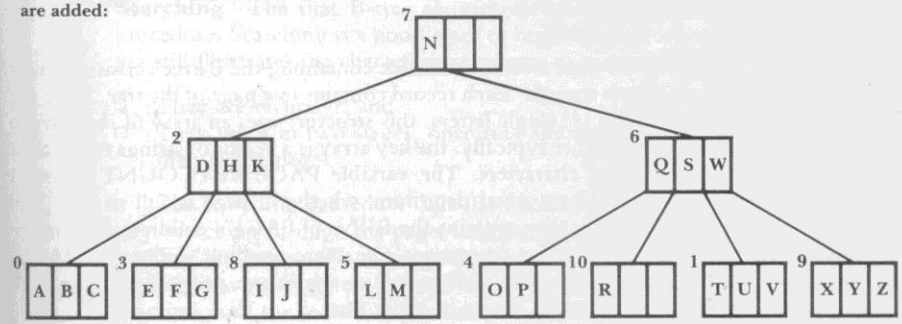



**FIGURE 8.18** Growth of a B-tree, part II. The root splits to add a new level; remaining keys are inserted.