Gramáticas - 3

Árvores de Derivação para GLC

Ambigüidade nas GLC

Precedência, Prioridade e Associatividade de operadores

Árvores de Derivação para GLC

- GLC são as mais importantes para a definição de linguagens de programação e seus compiladores
  - pois podem especificar a maioria das estruturas sintáticas das linguagens de programação.

- Durante a compilação podemos usar a estrutura sintática de um programa (uma sentença da linguagem)
  - para ajudar a produzir a sua tradução para linguagem de máquina.

- A estrutura sintática de uma sentença de entrada pode ser determinada
  - a partir da seqüência de produções usadas para derivar aquela sentença.

- Podemos entender o analisador sintático (parser) de um compilador como
  - um dispositivo que tenta determinar se existe uma derivação da sentença de entrada de acordo com alguma GLC.

- Em uma gramática é possível ter várias derivações equivalentes (usam as mesmas produções MAS em ordem diferente).

- Para gramáticas irrestritas é difícil definir quando 2 derivações são equivalentes MAS
  - para GLC temos uma representação gráfica que representa uma classe de equivalências chamada Árvore de Derivação.

- Uma árvore de derivação para uma GLC G = (Vn,Vt,P,S)
  - é uma árvore rotulada ordenada em que cada nó é rotulado por um símbolo de $Vn \cup Vt \cup \lambda$.
- Se um nó interior é rotulado com A e seus descendentes diretos são rotulados com X1, X2, ..., Xn então A -> X1X2...Xn é uma produção de P.

Uma árvore rotulada ordenada D é uma árvore de derivação para uma GLC $G(A) = (Vn,Vt,P,A)$ se

(1) A raiz de D é rotulada com A

(2) Se D1, ...Dk são as subárvores de descendentes diretos da raiz e a raiz de Di é rotulada com Xi,

então A -> X1,...Xk é uma produção em P.

Di deve ser a árvore de derivação para $G(Xi) = (Vn,Vt,P,Xi)$ se Xi é não-terminal e Di é um nó simples rotulado com Xi se Xi é terminal.

(3) Se D1 é a única subárvore da raiz D e a raiz de D1 é rotulada com λ então A -> λ é uma produção de P.

Vértices interiores são não-terminais e vértices folhas podem ser não-terminais, terminais ou λ.

Quando fazemos a árvore de derivação de uma sentença, os vértices folhas são sempre terminais ou λ.

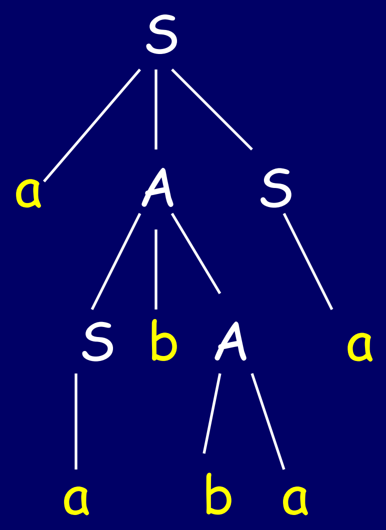
Uma sentença está representada na árvore de derivação fazendo-se a leitura das folhas (nós sem descendentes) da esquerda para direita.

Exemplos

- Árvore de derivação para a sentença aabbaa da GLC G = ({S,A},{a,b}, P,S)

P = { S-> aAS | a

A -> SbA | ba | SS}



Derivações mais à esq ou mais à dir

Temos uma derivação mais à esquerda (direita)

quando a cada passo no processo de derivação de uma sentença escolhemos a variável mais à esquerda (direita)

- Seja $G = (\{E,T,F\}, \{+,*,(,),a\},P,E)$

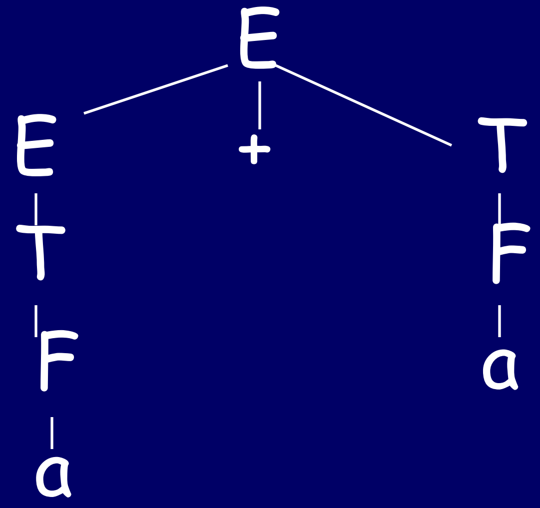
$P = \{ E \to E + T \mid T$

$T \to T * F \mid F$

$F \to (E) \mid a \}$

1) Quantas derivações equivalentes da sentença "a + a" a árvore de derivação abaixo representa?

2) Mostre a derivação mais à esq e a mais à dir.



Ambigüidade nas GLC

- Um requisito importante de uma LP é que ela não seja ambígüa ou, no mínimo, que qq ambigüidade na linguagem seja evidente ou facilmente evitada.

- O mais famoso caso de ambigüidade é o else pendente, presente na especificação de muitas LP.

- Seja a gramática:

C -> if b then C else C
C -> if b then C
C -> s

Ela é ambígüa desde que a cadeia

If b then if b then s else s

Pode ser interpretada como

(i) If b then (if b then s else s)

Ou

(ii) If b then (if b then s) else s

A primeira é a preferida em LP´s

pois utilizam a regra informal "case o else com o if mais próximo" que remove a ambiguidade

- Podemos reescrever a gramática acima com 2 não-terminais C1 e C2:

C1 -> if b then C1 | if b then C2 else C1 | s

C2 -> if b then C2 else C2 | s

O fato que somente C2 precede o else

garante que entre par then-else gerado por qq uma das produções deve aparecer ou um s ou outro else. Assim, (ii) nunca ocorre.

(ii) If b then (if b then s) else s

Vamos definir exatamente o significado de ambiguidade:

Seja G1 = ({E,T,F,U},(0,1,2,...,9},P,E)

P = { E -> E + T | T
T -> T * F | F
F -> U | (E)
U -> 0 | 1 | ... | 9}

uma gramática para expressões aritméticas para inteiros de 0..9.

Por que as LP não usam a gramática G2:
P = { E -> E + E | E * E | (E) | F
F -> 0 | 1 | ...| 9}

que contém um menor número de símbolos e produções???

A razão é que:

(1) G2 é ambígüa e G1 não é.

(2) Em G2 + e * tem a mesma prioridade de resolução enquanto que na matemática eles não tem.

Dada a expressão 2 + 3 * 5

Ela é interpretada como?

(2 + (3 * 5)) = 17

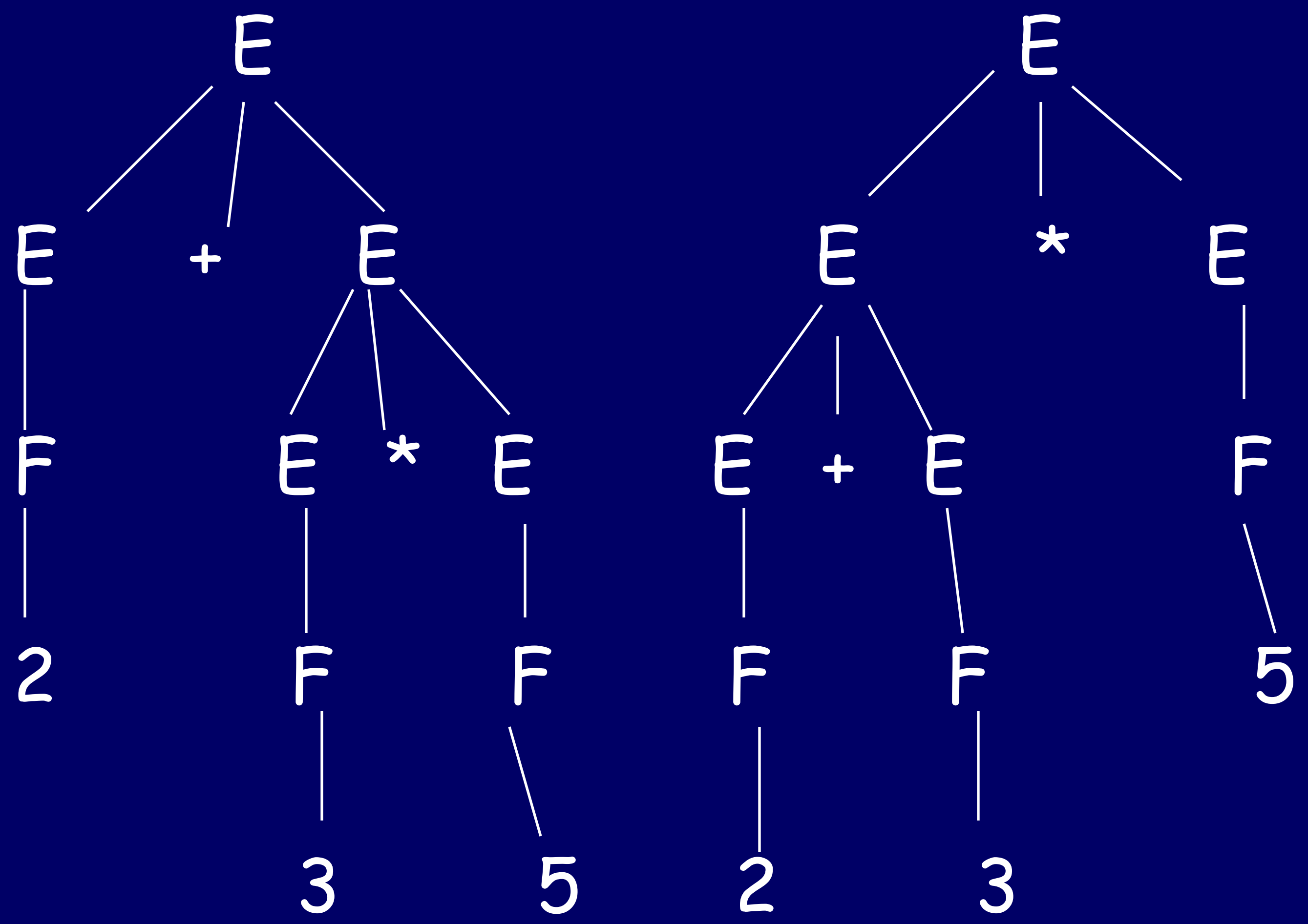
Ou

((2 + 3) * 5) = 25

Como mostrar que uma gramática é ambígua?

- Com árvores de derivação.
- Def1: Uma GLC (G) é ambígua se há pelo menos uma cadeia pertencente à L(G) com mais de uma árvore de derivação para representá-la.
- Def2: Existência de uma sentença com duas ou mais derivações mais à esq (ou mais à dir).

Árvores Derivação de 2 + 3 * 5 em G2

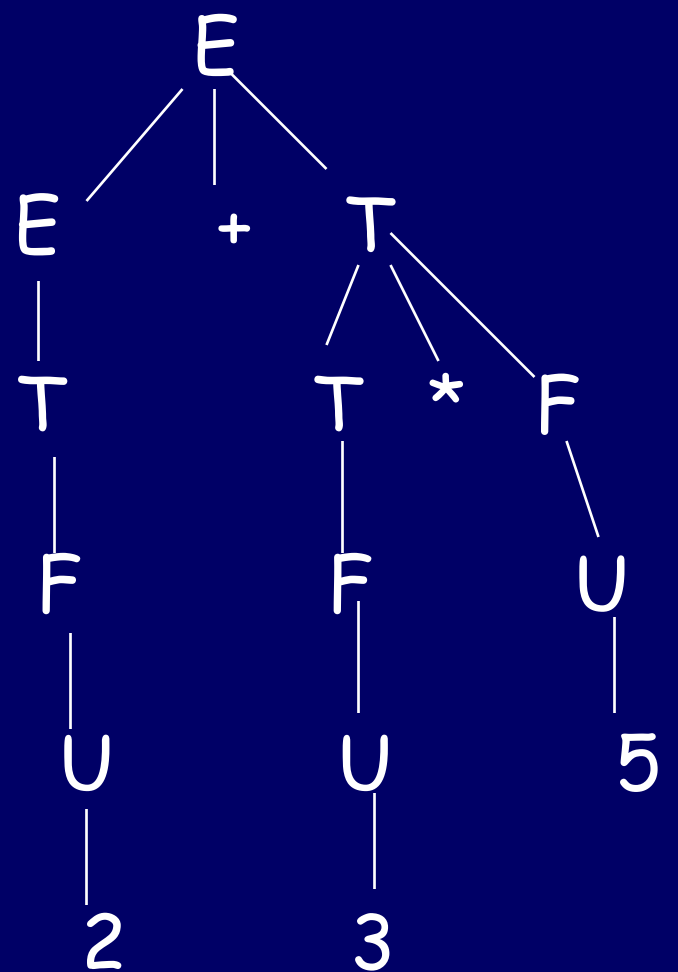


Derivações esquerdas de 2 + 3 * 5 em G2

- E=> E+E => F+E => 2+E => 2+E*E => 2+F*E ...

- E=> E*E => E+E*E => F+E*E => 2+E*E => 2+F*E ...

Árvore Derivação de 2 + 3 * 5 em G1



Primeiro resolvemos 3*5 para depois somar com 2.

Dizemos que * tem maior prioridade de resolução, embora + tenha maior precedência (escopo)

2 causas da ambiguidade

- A prioridade não é respeitada
  - Precisamos forçar somente uma forma de estruturar o uso de vários operadores na árvore de derivação
- Uma seqüência de operadores idênticos podem se agrupar a partir da esquerda ou da direita.
  - Precisamos forçar somente uma forma de se associar os operadores idênticos

- Para retirar a ambiguidade:
  - introduzimos várias variáveis e estratificamos as regras, quando temos operadores com várias prioridades de resolução.
  - Para resolver a ambiguidade vinda do uso de vários operadores idênticos, forçamos o uso da recursão para esquerda ou direita.

Regras de Precedência, Prioridade e Associatividade

- Ajudam na decisão da interpretação correta de expressões nas LP
- Def: Um operador é associado à esquerda se os operandos são agrupados da esq para dir e associado à direita se são agrupados da dir para esq.
- Está relacionada com a posição da recursão nas regras que permitem um operador ser aplicado mais de uma vez. Por convenção a+a+a = (a+a) + a

Pascal

1) Expressões parentizadas são resolvidas primeiro
2) Not associados a direita
3) * / div mod and associados a esquerda
4) + - or " "
5) < > <> >= <= = ocorrem uma vez

EXP -> ES <> ES | ES (uma vez)
ES -> ES + T | T (esq)
T -> T * F | F (esq)
F -> not F | U (dir)
U -> <inteiro> | <real> | (EXP) { as duas últimas regras geralmente aparecem juntas na gramática do Pascal}

- Os níveis de prioridade indicam a quais operadores são permitidos agrupar seus operandos primeiro (resolver primeiro).

Not

* / div mod and

+ - or

< > <> >= <= =

Prioridade

Precedência

- Quanto maior a precedência maior o escopo (abrangência na árvore de derivação).

Linguagens Inerentemente ambíguas

É simples encontrar um exemplo de GLC ambígua. Na gramática abaixo para a sentença "a" temos 2 árvores

S -> A | B

A -> a

B -> a

Mas não é tão simples exibir uma LLC inerentemente ambígua

Def ☹: Uma LLC é inerentemente ambígua se toda gramática que a gera é ambígua

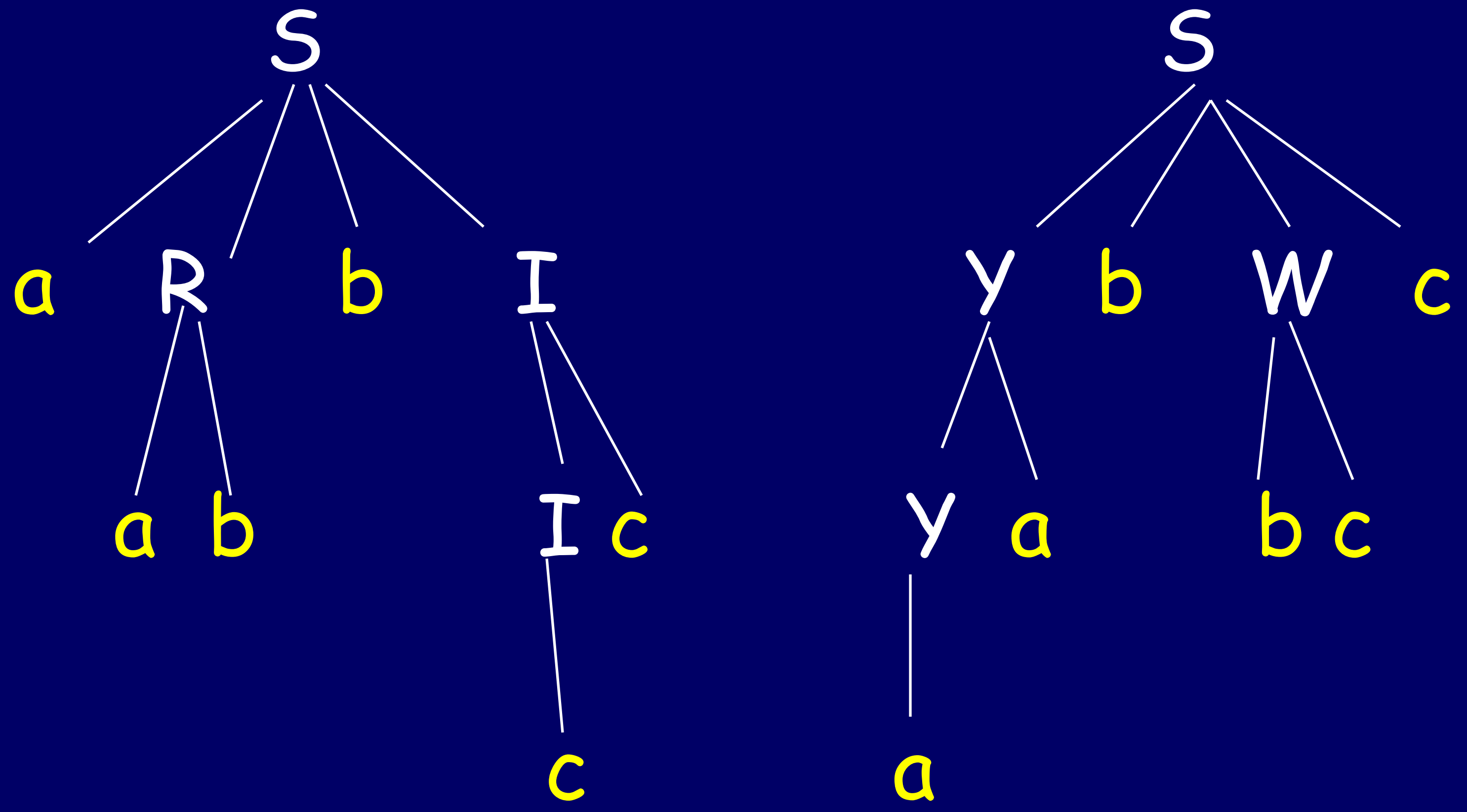
$L = \{a^i b^j c^k \mid (i,j,k >= 1) \text{ e } ((i = j) \text{ OU } (j = k))\}$

S -> abc | aRbI | YbWc
I -> Ic | c
R -> ab | aRb
Y -> Ya | a
W -> bc | bWc

O fato de ser inerentemente ambígua é que toda gramática que gera L gera palavras para i=j por um processo diferente do qual usa para gerar as palavras para j=k.

É impossível não gerar algumas palavras para as quais i=j=k por ambos os processos.

- Exemplo: aabbcc



Felizmente problemas de ambiguidade inerente não aparecem em LP!

GLC e problemas Indecidíveis

Teo ☹: É indecidível se uma dada GLC é ambígua. Não existe um algorítmo genérico que dada uma GLC qq sempre retorne a resposta (sim/não) para ela.

MAS

- ☺ em casos particulares nós podemos reconhecer a ambiguidade e remover "a mão"
- ☺ E podemos utilizar classes mais restritas de GLC que por definição não são ambiguas como as LL(K)

Este problema (decidir se uma GLC é ambígua) é parcialmente decidível, pois para determinadas gramática o procedimento pára e diz sim MAS pode rodar indefinidamente para outros casos.

Exemplos de produções ambiguas

1. $A \text{ -> } AA$
2. $A \text{ -> } A\ \alpha\ A$
3. $A \text{ -> } \alpha A \mid A\beta$
4. $A \text{ -> } \alpha A \mid \alpha A \beta A$

Quais Gramáticas são ambíguas?

(1) S -> bA | aB
A -> a | aS | bAA
B -> b | bS | aBB

(2) A gramática usada para gerar expressões aritméticas na notação posfix na linguagem APL:
S -> SS + | SS - | SS * | x | y
ou na notação prefix:
S-> +SS | -SS | *SS | x | y

(3) A gramática para gerar parênteses aninhados:
S -> (S) | ( ) | SS

(4) A gramática que define os operadores lógicos and e or
E -> E or E | E and E | (E) | a