3ª LISTA DE EXERCÍCIOS DE ESTATÍSTICA I - SME 0320

Professora Juliana Cobre

Exercício 1. Um carregamento de cinco automóveis importados contém dois com pequenas manchas na pintura. Se uma agência recebe três desses automóveis aleatoriamente, liste os elementos do espaço amostral S, usando as letras B e N para automóveis com manchas na pintura ou sem manchas na pintura, respectivamente; e, então, para cada ponto de amostragem atribua um valor x da variável aleatória X, que representa o número de automóveis comprados pela agência com manchas na pintura.

Exercício 2. Determine o valor de c de modo que cada uma das seguintes funções possa servir como distribuição de probabilidade da variável aleatória discreta X:

(a) $f(x) = c(x^2 + 4)$, para $x = 0, 1, 2, 3$;
(b) $f(x) = c\begin{pmatrix} 2 \\ x \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 \\ 3-x \end{pmatrix}$, para $x = 0, 1, 2$.

Exercício 3. O prazo de validade, em dias, para frascos de certo medicamento prescrito é uma variável aleatória que tem como função de densidade

$$f(x) = \begin{cases} \frac{20000}{(x+100)^3}, x > 0 \\ 0, \text{ caso contrário.} \end{cases}$$

Determine a probabilidade de que um frasco do medicamento tenha prazo de validade de

(a) pelo menos 200 dias;
(b) qualquer valor entre 80 e 120 dias.

Exercício 4. O número total de horas, medido em unidade de 100 horas, que uma família utiliza o aspirador de pó em sua casa, durante o período de um ano, é uma variável aleatória contínua X, que tem função de densidade

$$f(x) = \begin{cases} x, 0 < x < 1 \\ 2 - x, 1 \leq x < 2 \\ 0, \text{ caso contrário.} \end{cases}$$

Determine a probabilidade de que, durante o período de um ano, a família use o aspirador

(a) menos de 120 horas.
(b) entre 50 e 100 horas.

Exercício 5. Considere W a variável aleatória definida como o número de caras menos o número de coroas em três jogadas de uma moeda.

(a) Considerando a moeda honesta, liste os elementos do espaço amostral para três lançamentos da moeda e, para cada ponto amostral, atribua um valor de w de W.
(b) Assumindo que a moeda seja viciada, de modo que cara seja duas vezes mais provável de ocorrer do que uma coroa, determine a distribuição de probabilidade da variável aleatória W.

Exercício 6. A proporção de pessoas que respondem a certa solicitação de vendas por catálogo é a variável aleatória contínua X, que tem como função densidade

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2(x+2)}{5}, 0 < x < 1 \\ 0, \text{ caso contrário.} \end{cases}$$

(a) Mostre que $P(0 < X < 1) = 1$.
(b) Determine a probabilidade de que mais de $1/4$ e menos do que $1/2$ das pessoas contratadas responderão a esse tipo de solicitação.

Exercício 7. O tempo de espera, em horas, entre sucessivos motoristas flagrados por um radar que ultrapassam o limite de velocidade, é uma variável aleatória contínua com função de distribuição acumulada

$$F(x) = \begin{cases} 0, x < 0 \\ 1 - e^{-8x}, x \geq 0. \end{cases}$$

Determine a probabilidade de o tempo de espera entre sucessivos motoristas ser menor que 12 minutos,

(a) usando a função de distribuição acumulada de X,
(b) usando a função densidade de probabilidade de X.

Exercício 8. Uma variável aleatória contínua X, que pode assumir valores entre $x = 1$ e $x = 3$, tem função de densidade dada por $f(x) = 1/2$.

(a) Mostre que a área abaixo da curva é igual a 1.
(b) Determine $P(2 < X < 2,5)$.
(c) Determine $F(x)$.
(d) Determine $P(X \leq 1,6)$.

Exercício 9. Três cartas são retiradas, sucessivamente, de um baralho sem reposição. Determine a distribuição de probabilidade para o número de espadas.

Exercício 10. Um importante fator no combustível sólido de um míssil é a distribuição do tamanho de partículas. Problemas significativos podem ocorrer se o tamanho das partículas for muito grande. Dos dados de produção obtidos no passado, foi determinado que a distribuição do tamanho da partícula (em micrometros) é caracterizada por

$$f(x) = \begin{cases} 3x^{-4}, x > 1, \\ 0, \text{ caso contrário.} \end{cases}$$

(a) Verifique se essa é uma função densidade válida.
(b) Avalie $F(x)$.
(c) Qual é a probabilidade de que uma partícula aleatória de um combustível manufaturado exceda 4 micrometros?

Exercício 11. Com base em testes excessivos, foi determinado por um fabricante de máquinas de lavar roupas que o tempo Y, em anos, antes que sejam necessários grandes reparos na máquina, é caracterizado pela função de densidade de probabilidade

$$f(y) = \begin{cases} \frac{1}{4}e^{-y/4}, y \geq 0, \\ 0, \text{ caso contrário.} \end{cases}$$

(a) Os críticos certamente considerariam o produto uma barganha se for improvável que ele necessite de grandes reparos antes do 6º ano de uso. Comente determinando $P(Y > 6)$.
(b) Qual é a probabilidade de que seja necessário um grande reparo no primeiro ano?

Exercício 12. Em uma tarefa em um laboratório, se o equipamento estiver funcionando, a função densidade do resultado observado X, é

$$f(x) = \begin{cases} 2(1 - x), 0 < x < 1, \\ 0, \text{ caso contrário.} \end{cases}$$

(a) Calcule $P(X \leq 1/3)$.
(b) Qual é a probabilidade de que X exceda 0,5?
(c) Dado que $X \geq 0,5$?, qual é a probabilidade de que X seja menor do que 0,75?