# Propriedades de LLCs

Lema do Bombeamento para LLCs
Propriedades das LLCs

# Lema do Bombeamento para LLC

De forma análoga ao LB para LR, esse lema permite mostrar que uma linguagem não é LLC.

Idéia: Em qualquer cadeia suficientemente longa de uma LLC, é possível encontrar no máximo duas subcadeias curtas e próximas, que podemos bombear em conjunto. Isto é, podemos repetir ambas as cadeias i vezes, para qualquer inteiro i, e a cadeia resultante ainda estará na linguagem.

Teorema (Lema do Bombeamento para LLC): Seja L uma LLC. Então, existe uma constante n tal que, para toda cadeia z de L, com $|z| \geq n$, podemos escrever

z = uvwxy, sujeita às seguintes condições:

1. $|vwx| \leq n$. Ou seja, a porção intermediária não é muito longa.
2. $vx \neq \varepsilon$. Tendo em vista que v e x são os fragmentos a serem bombeados, essa condição diz que pelo menos uma das cadeias que bombeamos não deve ser vazia.
3. Para todo $i \geq 0$, $uv^iwx^iy$ está em L. Isto é, as duas cadeias v e x podem ser bombeadas qualquer número de vezes, incluindo 0, e a cadeia resultante ainda será um elemento de L.

- Seja L ={$0^n1^n2^n$}. Suponha L livre de contexto. Então, existe um inteiro n dado pelo LB. Vamos escolher z = $0^n1^n2^n$, ou seja, |z| = m=3n. Podemos desmembrar z como z=uvwxy, onde $|vwx| \leq n$ e onde v e x não são ambos $\lambda$. Assim, sabemos que vwx não pode envolver ao mesmo tempo 0s e 2s, pois o último 0 e o primeiro 2 estão separados por n+1 posições. Provaremos que, se L obedece ao LB, então L conteria alguma cadeia que reconhecidamente não está em L, contradizendo a hipótese.

Os casos possíveis são:

1. vwx não tem nenhum 2. Então vx consiste apenas de 0s e 1s, e tem pelo menos um desses símbolos. Portanto, uwy, que deveria estar em L pelo LB, tem n 2s, mas tem menos de n 0s ou menos de n 1s, ou ambos. Assim, ele não pertence a L, e concluímos que L não é uma LLC nesse caso.
2. vwx não tem nenhum 0. De modo semelhante, uwy tem n 0s, mas tem um número menor de 1s ou 2s. Portanto, ele não está em L.

Qualquer que seja o caso, concluímos que L tem uma cadeia que sabemos que não está em L. Essa contradição nos permite concluir que nossa hipótese estava errada; L não é uma LLC.

- Verifique na bibliografia as provas, usando o LB, de que as seguintes linguagens não são LLC:

  - $L = \{0^i 1^j 2^i 3^j \mid i \geq 1 \text{ e } j \geq 1\}$

  - $L = \{ww \mid w \text{ está em } \{0,1\}^*\}$

# Propriedades de LLC

Teorema: As LLCs são fechadas sob as seguintes operações:

1. União
2. Concatenação
3. Fechamento (*) e fechamento positivo ($^{+}$)
4. Reversão

# Propriedade de Fechamento das Linguagens da Hierarquia de Chomsky

| operador | LR op LR | LLC op LLC | LLC op LR |
|---|---|---|---|
| união | LR | LLC | |
| concatenação | LR | LLC | |
| fechamento | LR | LLC | |
| complemento | LR | LSC | |
| intersecção | LR | LSC | LLC |
| diferença | LR | LSC | LLC |
| reverso | LR | LLC | |

# Propriedades de LLC

Teorema: As LLCs não são fechadas sob a interseção.

Contra-exemplo: Vimos que L $=\{0^n1^n2^n\}$ não é LLC. Porém, L = L1 $\cap$ L2, com

L1 $=\{0^n1^n2^i \mid n\geq 1, i\geq 1\}$ e

L2 $=\{0^i1^n2^n \mid n\geq 1, i\geq 1\}$, e L1 e L2 são LLCs:

Gramáticas para

L1: S -> AB

A -> 0A1 | 01

B -> 2B | 2

L2: S -> AB

A -> 0A | 0

B -> 1B2 | 12

# Propriedades de LLC

Teorema: As LLCs são fechadas sob a operação "interseção com uma linguagem regular". Se L é uma LLC e R é uma LR, então $L \cap R$ é uma LLC.

Teorema: As afirmativas a seguir são verdadeiras a respeito das LLCs L, L1 e L2, e para uma LR R:

1. L – R é uma linguagem livre de contexto.
2. $\overline{L}$ não é necessariamente uma LLC.
3. L1 – L2 não é necessariamente uma LLC

# Complexidade da conversão entre GLC e AP

- O tempo da conversão é parte do custo dos algoritmos de decisão sobre LLCs, sempre que a linguagem é dada numa representação diferente daquela para a qual o algoritmo é projetado.

# São Lineares no tamanho da entrada (e portanto rápidos e comparáveis à entrada):

- Converter uma GLC em um AP
- Converter um $AP_F$ num $AP_N$
- Converter um $AP_N$ num $AP_F$

# Questões Indecidíveis sobre LLCs

Não existem algoritmos para responder as seguintes perguntas:

1. Uma dada LLC é inerentemente ambígua?
2. A interseção de duas LLCs é vazia?
3. Duas LLCs são iguais?
4. Uma dada LLC é igual a $\Sigma^*$, onde $\Sigma$ é o alfabeto dessa linguagem?
5. Uma GLC G é ambígua?