

Algoritmos e Estruturas de Dados II

Grafos – tipo abstrato de dados

Thiago A. S. Pardo

Profa. M. Cristina

Material de aula da Profa.

Josiane M. Bueno

Grafos

Tipo Abstrato de Dados

- Última aula: TAD grafo?

Grafos

Tipo Abstrato de Dados

- Última aula: TAD grafo?
 - Dados/informação (encapsulados)
 - Estruturas de dados adequadas
 - Operações

Grafos

Estruturas de Dados

- A escolha da estrutura de dados certa para a representação de grafos tem um enorme impacto no desempenho de um algoritmo.
- Há duas representações usuais:
 - **Matriz de Adjacências**
 - **Listas de Adjacências**

Grafos

Matriz de Adjacências

- Dado um grafo $G = (V, E)$, a **matriz de adjacências** M é uma matriz de ordem $|V| \times |V|$, tal que:

$|V|$ = número de vértices

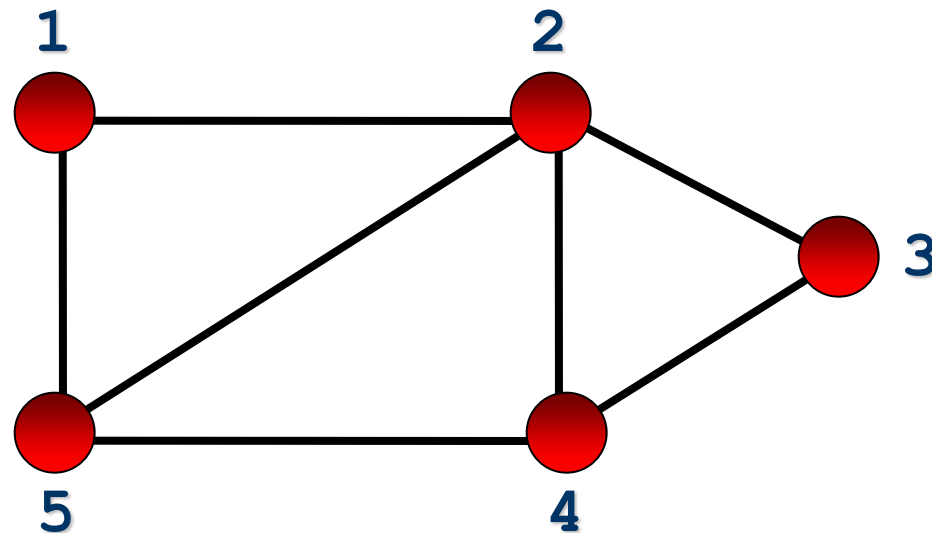
$M[i,j] = 1$, se existir aresta de i a j

$M[i,j] = 0$, se NÃO existir aresta de i a j

Grafos

Matriz de Adjacências

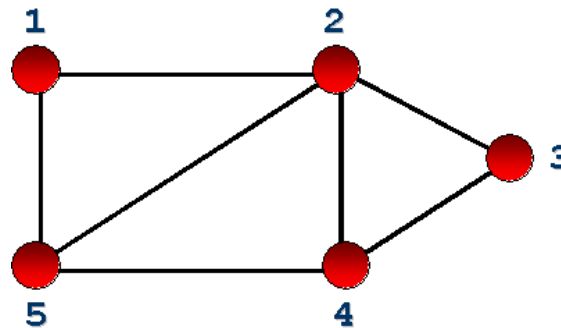
- Qual a matriz de adjacências do grafo a seguir?



Grafos

Matriz de Adjacências

- Resposta:



$M =$

	1	2	3	4	5
1	0	1	0	0	1
2	1	0	1	1	1
3	0	1	0	1	0
4	0	1	1	0	1
5	1	1	0	1	0

← vértices

Grafo não direcionado
→ Matriz simétrica

Grafos

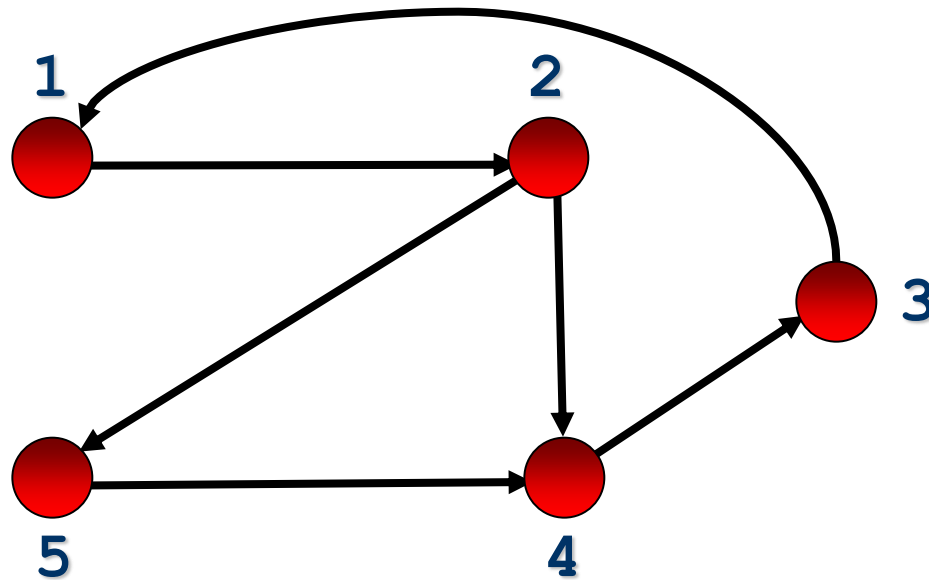
Matriz de Adjacências

- Se o grafo for **direcionado**
 - $M[i,j]$ deve indicar ou não a presença de uma aresta divergente de i e convergente em j , ou seja $i \rightarrow j$

Grafos

Matriz de Adjacências

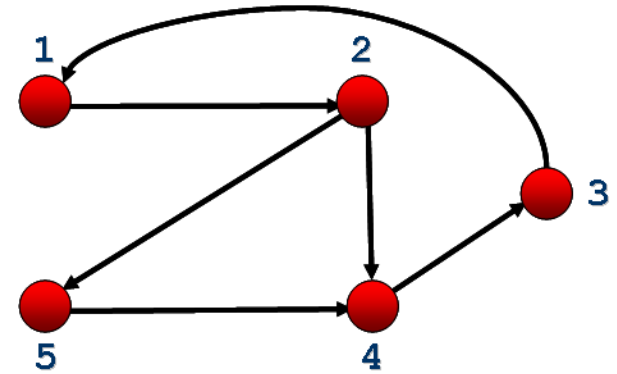
- Qual a matriz de adjacências do dígrafo a seguir?



Grafos

Matriz de Adjacências

- Possível resposta:



	1	2	3	4	5
1	0	1	0	0	0
2	0	0	0	1	1
3	1	0	0	0	0
4	0	0	1	0	0
5	0	0	0	1	0

**Matriz
assimétrica**

Grafos

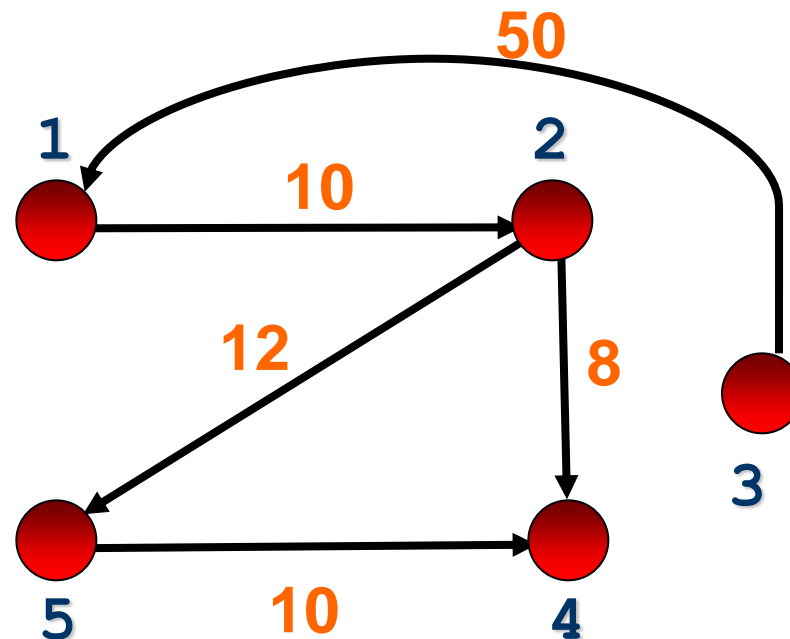
Matriz de Adjacências

- Se o grafo for **valorado**
 - $M[i,j]$ deve conter o peso associado com a aresta
 - Se não existir uma aresta entre i e j , então é necessário utilizar um valor que não possa ser usado como peso (como o valor 0 ou negativo, por exemplo)

Grafos

Matriz de Adjacências

- Qual a matriz de adjacências do grafo direcionado e valorado a seguir? Suponha que o grafo represente a distância em km entre cidades

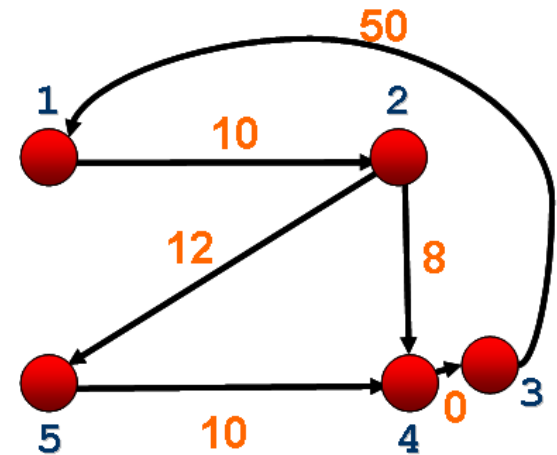


Grafos

Matriz de Adjacências

- Possível resposta:

	1	2	3	4	5
1	-1	10	-1	-1	-1
2	-1	-1	-1	8	12
3	50	-1	-1	-1	-1
4	-1	-1	0	-1	-1
5	-1	-1	-1	10	-1



**Grafo simétrico
ou assimétrico?**

Grafos

Matriz de Adjacências

- Forma mais simples de representação
- Propriedades
 - armazenamento: ?
 - teste se aresta (i,j) está no grafo: ?

Grafos

Matriz de Adjacências

- Forma mais simples de representação
- Propriedades
 - armazenamento: $O(|V|^2)$
 - teste se aresta (i,j) está no grafo: $O(1)$

Grafos

Matriz de Adjacências

- Representação útil para grafos densos
- Boa para quando desejamos buscar arestas rapidamente
- Ruim quando se necessita examinar a matriz toda: $O(|V|^2)$
- Inserção e remoção de vértices e arestas: representação boa ou ruim?

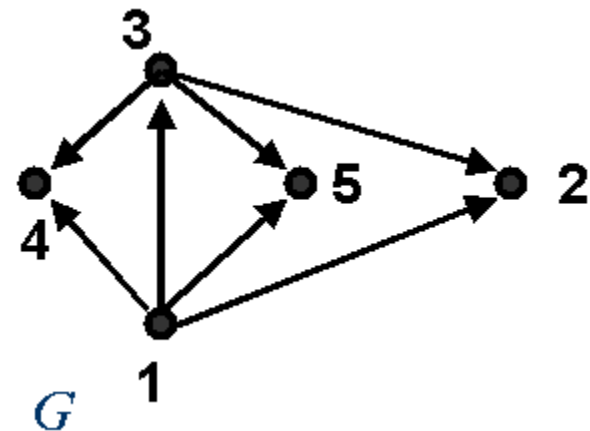
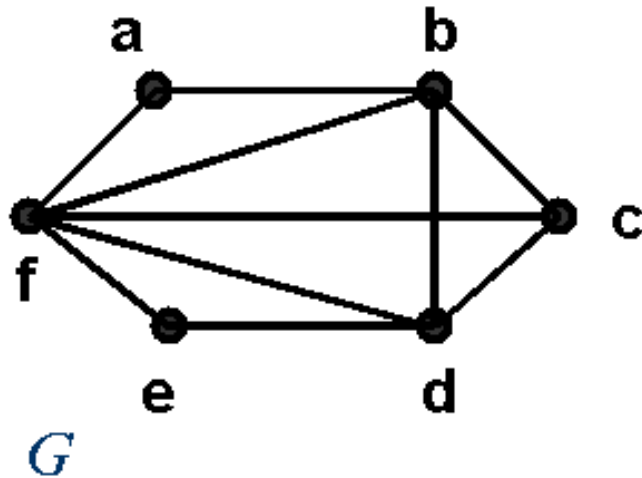
Grafos

Matriz de Adjacências

- **Atenção**
 - Não é incomum encontrar representações de dígrafos em matrizes de adjacências em que a **coluna “aponta” para a linha**
 - Representação ao gosto do cliente!

Grafos

Exercício de Fixação



- Represente os grafos acima utilizando matrizes de adjacências

Grafos

Matriz de Adjacências

- **Implementação de algumas das operações mais comuns**
 - Criar grafo vazio
 - Inserir aresta
 - Retirar aresta
 - Existe aresta?
 - Obter lista de vértices adjacentes a um determinado vértice
 - Lista está vazia?
 - Retornar primeiro vértice da lista
 - Retornar próximo vértice adjacente da lista
 - Imprimir grafo

Grafos

Matriz de Adjacências

- **Exercício**

- Implementar sub-rotina que encontre a aresta de menor peso em um grafo valorado

Grafos

Matriz de Adjacências

- **Questão**
 - Cada grafo associa-se a uma única matriz de adjacência. O inverso é verdade?