ICMC – USP – SME 320
Estatística I – Engenharia de Produção
2ª prova – 1º/2010
S O L U Ç Ã O

Observações. (1) Será utilizada a mesma notação das transparências das aulas. (2) Serão apresentados roteiros das soluções sem vários detalhes. (3) Embora não esteja escrito, sempre que necessário foi adotada a distribuição normal.

1. O fabricante do cabo tipo A afirma que a resistência média à tração supera a resistência média do cabo tipo B em pelo menos 12 kg. Para verificar esta afirmação, foram coletados dados de 50 amostras de cada tipo de cabo. Nestas amostras o cabo tipo A teve uma resistência média de 86,7 kg e desvio padrão de 6,28 kg, ao passo que para o cabo tipo B, a média e o desvio padrão foram iguais a 72,5 kg e 5,61 kg, respectivamente. Com um nível de significância de 5%, o que você conclui sobre a afirmação do fabricante?

   Solução. Duas populações independentes, variâncias diferentes e desconhecidas.
   Hipóteses: $\mathrm{H}_0 : \mu_1 - \mu_2 = 12$ kg e $\mathrm{H}_1 : \mu_1 - \mu_2 > 12$ kg.
   $n = 50$, $\overline{x} = 86,7$, $s_1 = 6,28$, $m = 50$, $\overline{y} = 72,5$ e $s_2 = 5,61$.

$$T = \frac{\overline{x} - \overline{y} - 12}{\sqrt{\dfrac{s_1^2}{n} + \dfrac{s_2^2}{m}}} = 1,847 \quad \text{e} \quad g = \frac{\left(\dfrac{s_1^2}{n} + \dfrac{s_2^2}{m}\right)^2}{\dfrac{(s_1^2/n)^2}{n-1} + \dfrac{(s_2^2/m)^2}{m-1}} = 97.$$

   $R_c = \{T : T > 1,658\}$ (tábua III com $g = 120$ e $p = 10\%$). $T = 1,847 \in R_c \Rightarrow \mathrm{H}_0$ é rejeitada.

   Com $\alpha = 5\%$ há suporte para a afirmação do fabricante do cabo tipo A.

2. Um estudo visa determinar se há diferença no conteúdo médio de uma substância obtido por uma análise química laboratorial e uma análise com raios X. Para tanto, cada amostra coletada foi subdvidida em duas partes, sendo que em cada uma das partes foi aplicado um dos métodos de análise. Os resultados encontram-se na Tabela 1. Adotando um nível de significância de 5%, o que pode ser concluído? Que suposição você utilizou para responder à pergunta?

Tabela 1: Conteúdo da substância (em g).

	Amostra				
Análise	1	2	3	4	5
Raios X	2,0	2,0	2,3	2,1	2,4
Química	2,2	1,9	2,5	2,3	2,4

   Solução. Duas populações dependentes, variâncias desconhecidas.
   Hipóteses: $\mathrm{H}_0 : \mu_D = 0$ e $\mathrm{H}_1 : \mu_D \neq 0$, em que $\mu_D = \mu_1 - \mu_2$ (1: raios X e 2: química).
   $n = 5$, $\overline{D} = -0,1$ e $s_D = 0,141$.

$$T = \frac{\sqrt{n}(\overline{D} - 0)}{s_D} = -1,581.$$

   $R_c = \{T : |T| > 2,776\}$ (tábua III com $g = n - 1 = 4$ e $p = 5\%$). $T = -1,581 \notin R_c \Rightarrow \mathrm{H}_0$ não é rejeitada.

   Com $\alpha = 5\%$ não há diferença no conteúdo médio obtido pelos dois tipos de análise.

3. Um grande comprador de lubrificante de um certo tipo adquire embalagens com volume nominal de 10 litros. Entretanto, ultimamente ele suspeita que este valor não está sendo respeitado. Com o objetivo de esclarecer, foi coletada uma amostra que forneceu os seguintes volumes (em litros):

$$10,1 \quad 9,6 \quad 10,0 \quad 9,5 \quad 10,0 \quad 9,7 \quad 9,8 \quad 9,7.$$

Utilizando estes dados, você concorda com a suspeita do comprador? Que suposição você utilizou para responder à pergunta?

SOLUÇÃO. Uma população, variância desconhecida.
$\alpha = 5\%$ (escolha). Hipóteses: $\mathrm{H}_0 : \mu = 10\,l$ e $\mathrm{H}_1 : \mu < 10\,l$.
$n = 8$, $\overline{x} = 9,8$ e $s = 0,214$.

$$T = \frac{\sqrt{n}(\overline{x} - 0)}{s} = -2,646.$$

$R_c = \{T : T < -1,895\}$ (tábua III com $g = n - 1 = 7$ e $p = 10\%$). $T = -2,646 \in R_c \Rightarrow \mathrm{H}_0$ é rejeitada.

Com $\alpha = 5\%$ há motivo para concordar com a suspeita do comprador.

4. Um método rápido e barato de recuperação do brilho de superfícies polidas apresenta bons resultados em 60% das peças tratadas. Um novo método supostamente melhor pode ser um substituto. Em uma amostra de 120 itens testados com o novo método, 85 foram recuperados satisfatoriamente.

   (a) Adotando um nível de significância de 5%, pode ser afirmado que o novo método é um bom substituto?

   (b) Apresente sua resposta utilizando o valor-p correspondente a este teste.

SOLUÇÃO. Problema sobre proporção. A proporção de bons resultados é denotada por p.
Hipóteses: $\mathrm{H}_0 : p = 0,6$ e $\mathrm{H}_1 : p > 0,6$ ($p_0 = 0,6$).
$n = 120$, $\overline{p} = 85/120 = 0,708$.

$$Z = \frac{\sqrt{n}\,(\overline{p} - p_0)}{\sqrt{p_0\,(1 - p_0)}} = 2,42.$$

$R_c = \{Z : Z > 1,645\}$ (tábua III com $g = \infty$ e $p = 10\%$). $Z = 2,42 \in R_c \Rightarrow \mathrm{H}_0$ é rejeitada.

Com $\alpha = 5\%$ há motivo para afirmar que o novo método é um bom substituto.

valor-p = $\mathrm{P}(Z > 2,42) = 1 - 0,9922 = 0,0078$ (table A.3). valor-$p < \alpha \Rightarrow \mathrm{H}_0$ é rejeitada.

5. Uma amostra de 10 barras de cereal selecionada de um grande lote apresentou uma média de 230 calorias e desvio padrão de 15 calorias.

   (a) Apresente um intervalo de confiança de 99% para a quantidade média de calorias da população de barras de cereal. Você afirmaria que esta quantidade é 240 calorias?

   (b) Suponha que você seja o responsável pela produção. Se você tivesse que fornecer um intervalo de valores de calorias para um possível comprador, qual intervalo você utilizaria? (Obs. Não é necessário calcular os limites do intervalo).

SOLUÇÃO. Uma população, variância desconhecida.
$n = 10$, $\overline{x} = 230\,\mathrm{cal}$ e $s = 15$ cal. $t_{\alpha/2,n-1} = 3,250$ (tábua III com $g = n - 1 = 9$ e $p = 1\%$).

$$E = t_{\alpha/2,n-1}\frac{s}{\sqrt{n}} = 15,4\,\mathrm{cal}.$$

Intervalo de confiança (IC) para a média da população: $\mathrm{IC} = [\overline{X} - E; \overline{X} + E] = [214,6; 245,4]$, em cal.

Como $240 \in \mathrm{IC}$, podemos afirmar que a média da população é $240\,\mathrm{cal}$ (ou seja, não rejeitamos $\mathrm{H}_0 : \mu = 240$ cal a um nível de significância $\alpha = 1\%$).

Resposta do item (b). Intervalo de tolerância (por exemplo, com cobertura de 99% e confiança de 95%).