$2^{\underline{a}}$ LISTA DE EXERCÍCIOS DE INT. À TEORIA DAS PROB. - SME0220

Exercício 1 (Hines et. al. E. 2-2, p. 44)**.** Uma agência de aluguel de carros tem 0, 1, 2, 3, 4 ou 5 carros devolvidos por dia, com probabilidade $\frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{12}, \frac{1}{6}$ e $\frac{1}{6}$, respectivamente. Ache a média e a variância do número de carros devolvidos.

Exercício 2 (Hines et. al. E. 2-3, p. 44)**.** Uma variável aleatória X tem função de densidade de probabilidade $c\mathrm{e}^{-x}$. Ache o valor apropriado de c, supondo que $0 \leq x < \infty$. Ache a média e a variância de X.

Exercício 3 (Hines et. al. E. 2-4, p. 44)**.** A função de distribuição acumulada de que um tubo de televisão falhe em t horas é $1 - \mathrm{e}{-ct}$, em que c é um parâmetro que depende do fabricante e $t \geq 0$. Ache a função de densidade de probabilidade de T, o tempo de vida do tubo.

Exercício 4 (Hines et. al. E. 2-8, p. 44)**.** A demanda por um produto é -1, 0, 1, 2 por dia, com probabilidades $\frac{1}{5}, \frac{1}{10}, \frac{2}{5}$ e $\frac{3}{10}$, respectivamente. Uma demanda de -1 significa que uma unidade é devolvida. Ache a demanda esperada e a variância. Esboce a função de distribuição acumulada.

Exercício 5 (Hines et. al. E.2-10, p. 45)**.** Uma variável aleatória X tem fda da forma

$$F_X(x) = \begin{cases} 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1}, & x = 0, 1, 2, \ldots, \\ 0, & x < 0 \end{cases}.$$

(a) Ache a função de probabilidade de X.
(b) Calcule $P_X(0 < X \leq 80)$.

Exercício 6 (Hines et. al. E. 2-11, p. 45)**.** Considere a segunte função de densidade de probabilidade:

$$f_X(x) = \begin{cases} kx, & 0 \leq x < 2, \\ k(4 - x), & 2 \leq x \leq 4, \\ 0, \quad \text{caso contrário} \end{cases}.$$

(a) Ache o valor de k para o qual f seja, de fato, uma função de densidade de probabilidade.
(b) Calcule a média e a variância de X.
(c) Ache a função de distribuição acumulada.

Exercício 7 (Hines et. al. E. 2-17, p. 45)**.** O serviço postal requer, em média, 2 dias para enviar uma carta dentro da cidade. A variância é estimada como 0,4 (dia)^2. Se um executivo deseja que pelo menos 99% de suas cartas cheguem a tempo, com que antecedência ele deve despachá-las?

Exercício 8 (Hines et. al. E. 2-18, p. 45)**.** Duas construtoras imobiliárias, A e B, têm terrenos à venda. As distribuições de probabilidade dos preços de venda por lote são mostradas na tabela a seguir.

Preço	\$1000	\$1050	\$1100	\$1150	\$1200	\$1350
A	0,2	0,3	0,1	0,3	0,05	0,05
B	0,1	0,1	0,3	0,3	0,1	0,1

Suponha que A e B estejam operando independentemente, calcule o seguinte:

(a) O preço de venda esperado de A e de B.
(b) O preço de venda esperado de A, dado que o preço de venda de B é \$1150.
(c) A probabilidade de A e B terem o mesmo preço de venda.

Exercício 9 (Hines et. al. E. 3-1, p. 60)**.** Um robô posiciona 10 unidade em uma placa para usinagem, à medida que a placa é marcada. Se o robô posiciona a unidade de maneira não adequada a unidade cai e a posição da placa permanece aberta, resultando em um ciclo que produz menos de 10 unidades. Um estudo do desempenho passado do robô indica que se X é o número de posições abertas,

x	0	1	2	caso contrário
$p_X(x)$	0,6	0,3	0,1	0

Se a perda devida a posições vazias é dada por $Y = 20X^2$, ache o seguinte:

(a) $p_Y(y)$.
(b) $\mathrm{E}(Y)$ e $\mathrm{Var}(Y)$.

Exercício 10 (Hines et. al. E. 3-3, p. 60)**.** Um fabricante de televisão a cores oferece uma garantia de 1 ano para substituição gratuita se o tubo de imagem falhar. Ele estima o tempo de falha, T, como variável aleatória com a seguinte distribuição de probabilidade (em unidades de anos):

$$f_T(t) = \begin{cases} \frac{1}{4}\mathrm{e}^{-1/4}, & t > 0, \\ 0, \quad \text{caso contrário} \end{cases}.$$

(a) Qual a porcentagem de aparelhos que passarão pela assistência técnica?
(b) Se o lucro por venda é de \$200 e a substituição de um tubo de imagem custa \$200, ache o lucro esperado do negócio.

Exercício 11 (Hines et. al. E. 3-4, p. 60)**.** Um empreiteiro vai entrar em concorrência, e o número de dias para completar o trabalho, X, segue a distribuição de probabilidade dada por

x	10	11	12	13	14	caso contrário
$p_X(x)$	0,1	0,3	0,4	0,1	0,1	0

O lucro do empreiteiro é $Y = 2000(12 - X)$.

(a) Ache a distribuição de probabilidade de Y.
(b) Ache $\mathrm{E}(X), \mathrm{Var}(Y), \mathrm{E}(Y)$ e $\mathrm{Var}(Y)$.

Exercício 12 (Hines et. al. E. 3-7, p. 60)**.** A porcentagem de certo aditivo na gasolina determina o preço de venda no atacado. Se A é uma variável aleatória que representa a porcentagem, então $0 \leq A \leq 1$. Se a porcentagem A for menor do que 0,70, a gosolina tem classificação baixa nos testes e é vendida por 92 centavos o galão. Se a percentagem A for maior do que ou igual a 0,70, a gasolina tem classificação alta e é vendida por 99 centavos o galão. Ache o retorno esperado por galão, em que $f_A(a) = 1, 0 \leq a \leq 1$; caso contrário, $f_A(a) = 0$.

Exercício 13 (Hines et. al. E. 3-11, p. 61)**.** A demanda por anticongelante em estação é considerada uma v.a. X, com densidade

$$f_X(x) = \begin{cases} 10^{-6}, & 10^6 \leq x \leq 2 \times 10^6, \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

em que X é medido em litros. Se o fabricante tem um lucro de 50 centavos por litro vendido no outono de um ano e deve armazenar qualquer excesso para o ano seguinte a um custo de 25 centavos por litro, ache o nível "ótimo" de estoque para um outono em particular.

Exercício 14 (Hines et. al. E. 3-13, p. 61)**.** Suponha que X tenha a função de densidade de probabilidade uniforme

$$f_X(x) = \begin{cases} 1, & 1 \leq x \leq 2, \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}.$$

(a) Ache a função de densidade de probabilidade de $Y = H(X)$, em que $H(x) = 4 - x^2$.
(b) Ache a função de densidade de probabilidade de $Y = H(X)$, em que $H(x) = \mathrm{e}^x$.

Exercício 15 (Walpole et. al. E. 4.93, p. 88)**.** O lucro de um revendedor com um novo automóvel, em unidades de \$5000, é a variável aletaória X, que tem como função de densidade

$$f_X(x) = \begin{cases} 2(1 - x), & 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}.$$

(a) Determine a variância e o lucro do revendedor.
(b) Qual a probabilidade de que o lucro exceda \$500?

Exercício 16 (Walpole et. al. E. 4.95, p. 88)**.** Uma empresa de marketing e contabilidade calculou que, se ela comercializar seu novo produto, a contribuição desse produto para o lucro da empresa durante os próximos seis meses está descrita abaixo.

Lucro	**Probabilidade**
- \$ 5000 (perda)	0,2
\$ 10000	0,5
\$ 30000	0,3

Qual é o lucro esperado?

Exercício 17 (Walpole et. al. E. 4.96, p. 88)**.** Um importante sistema age como apoio para um veículo do programa espacial. Um componente único e crucial opera somente 85% do tempo. Para aumentar a confiabilidade no sistema, decidiu-se que três componentes serão instalados em paralelo, de modo que o sistema falhe somente se todos os componentes falharem. Assuma que os componentes funcionem independentemente e que sejam equivalentes no sentido de que todos têm 85% de taxa de sucesso. Considere a variável aleatória X o número de componentes, dentre os três que falham.

(a) Escreva a função de probabilidade para a variável aleatória X.
(b) Qual é $\mathrm{E}(X)$, ou seja, o número médio de componentes, dentre os três, que falham?
(c) Qual é a $\mathrm{Var}(X)$?
(d) Qual é a probabilidade de que o sistema inteiro tenha sucesso?
(e) Qual é a probabilidade de que o sistema falhe?
(f) Se desejarmos ter um sistema com 0,99 de probabilidade de sucesso, os três componentes são suficientes? Se não, quantos são necessários?