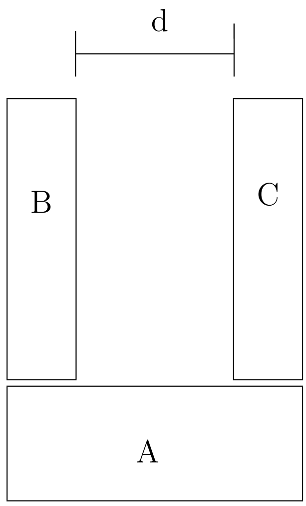
ICMC – USP – SME0320

Estatística I – 2010/2 – 17/11/2010

1. Um arranjo em forma de "U" deve ser montado com as peças A, B e C conforme a figura abaixo. A largura da peça A tem distribuição normal com média 10 mm e desvio padrão $0,1$ mm. A largura das peças B e C também segue distribuição normal, sendo que média e desvio padrão são iguais a 2 mm e $0,05$ mm, respectivamente. Suponha que as três variáveis são independentes.

   (a) Calcule a média e o desvio padrão do espaçamento entre as peças B e C (representado por d).

   (b) Calcule a probabilidade de que o espaçamento (d) seja menor do que $5,9$ mm.



Solução. Denotamos por L_A, L_B e L_C as larguras das peças A, B e C (em mm), respectivamente. Conforme o enunciado, L_A, L_B e L_C são variáveis aleatórias com distribuições normal$(10; 0,1^2)$, normal$(2; 0,05^2)$ e normal$(2; 0,05^2)$.

(a) O espaçamento entre as peças B e C (representado por d) é dado por $d = L_A - L_B - L_C$. A média do espaçamento é obtida por meio de $\mu_d = \mathrm{E}(d) = \mathrm{E}(L_A - L_B - L_C) = \mathrm{E}(L_A) - \mathrm{E}(L_B) - \mathrm{E}(L_C) = 6$ mm.

Supondo independência entre as três variáveis, temos a variância de d obtida de $\sigma_d^2 = \mathrm{var}(d) = \mathrm{var}(L_A - L_B - L_C) = \mathrm{var}(L_A) + (-1)^2\,\mathrm{var}(L_B) + (-1)^2\,\mathrm{var}(L_C) = 0,015\ \mathrm{mm}^2$, de modo que o desvio padrão do espaçamento é igual a $\sigma_d = \sqrt{\sigma_d^2} = 0,1225$ mm.

(b) Usando o fato de que a distribuição de d também é normal, a probabilidade pedida vale

$$\mathrm{P}(d < 5,9) = \mathrm{P}\left(\frac{d-\mu_d}{\sigma_d} < \frac{5,9-\mu_d}{\sigma_d}\right) = \mathrm{P}\left(Z < -0,82\right),$$

sendo que a distribuição de $Z = (d-\mu_d)/\sigma_d$ é normal padrão. Consultando a tabela desta distribuição, obtemos $\mathrm{P}(d < 5,9) = 0,2061$.

2. Um fabricante de um certo componente suspeita que a fração de itens defeituosos produzidos excede 1/100. Em uma amostra de 800 componentes selecionados aleatoriamente, 10 deles apresentaram defeito quando inspecionados. Com um nível de significância de 5%, estes dados confirmam a suspeita do fabricante?

   Solução. Segundo o enunciado, trata-se de um problema sobre uma proporção (precisamente, de itens defeituosos produzidos), denotada por θ. A pergunta formulada pode ser respondida testando $\mathrm{H}_0 : \theta = \theta_0$ *versus* $\mathrm{H}_1 : \theta > \theta_0$, sendo que $\theta_0 = 1/100$. A hipótese alternativa é unilateral à direita (região crítica à direita). De acordo com os dados coletados ($n = 800$ e 10 componentes defeituosos), a proporção amostral é $\overline{p} = 10/800 = 0,0125$. A estatística utilizada no teste é

$$Z = \frac{\sqrt{n}(\overline{p}-\theta_0)}{\sqrt{\theta_0(1-\theta_0)}} = 0,711.$$

   Com 5% de significância, consultamos a tabela da distribuição normal padrão e obtemos $z_c = 1,65$. Se $Z > z_c$ devemos rejeitar H_0. Como $Z < z_c$, não rejeitamos H_0. Logo, com um nível de significância de 5%, os dados não confirmam a suspeita de que a fração de itens defeituosos produzidos excede 1/100.

   Nesta solução recorremos ao teorema central do limite.