Simulação do comporamento do EMV de um parâmetro
Distribuição exponencial

Exemplificamos o método de Monte Carlo para avaliar algumas propriedades do método de máxima verossimilhança aplicado ao problema de estimar o parâmetro θ da distribuição exponencial com função densidade $f(x;\theta) = \theta \exp(-\theta x)$, para $x > 0$. Iniciamos com uma função para o cálculo da informação de Fisher, que pode ser adaptada para outras distribuições.

```
## Informação de Fisher
ifisher <- function(teta) {
   1 / teta^2
}
```

Em seguida selecionamos o verdadeiro valor de θ a ser utilizado nas simulações, o número de repetições da simulação e o tamanho amostral.

```
## Número de repetições e tamanho da amostra
M <- 500
n <- 50
```

As M amostras de tamanho n são geradas em um vetor $Mn \times 1$e armazenadas em uma matriz $M \times n$, ou seja, uma amostra em cada linha. Observe que neste exemplo a matriz pode ser preenchida pelos elementos do vetor tanto pelas linhas quanto pelas colunas. Em linguagem R, por *default* temos `byrow = FALSE`, significando preenchimento por colunas.

```
## Amostras
amostras <- matrix(rexp(M * n, rate = teta0), ncol = n)
```

As estimativas de máxima verossimilhança são calculadas com a função `apply`, que efetua o cálculo da média (`mean`) linha por linha (segundo argumento = `1`), resultando em um vetor $M \times 1$.

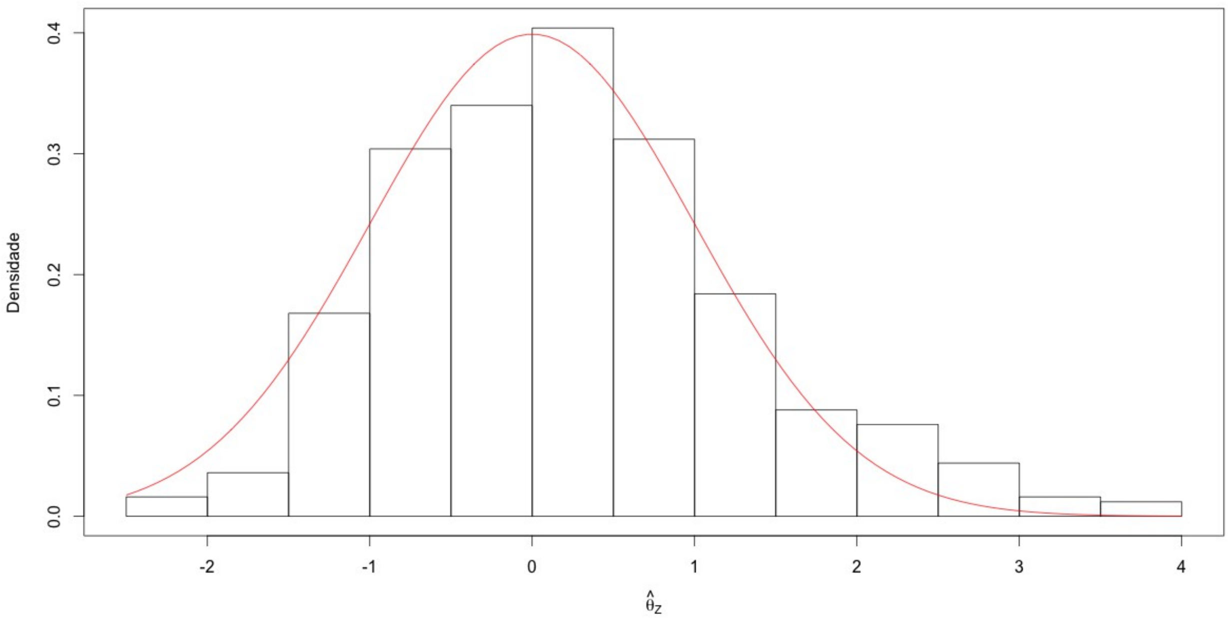
```
## EMV de teta (1 / Xbarra)
tetac <- 1 / apply(amostras, 1, mean)
# Média das EMV
tetacm <- mean(tetac)
```

Em seguida padronizamos as estimativas (`tetac`) levando em conta que a distribuição assintótica é normal com média θ_0 e variáncia $1 / [n\ I_F(\theta_0)]$, em que $I_F(\bullet)$ denota a informação de Fisher.

```
# Padronização
ztetac <- (tetac - teta0) / sqrt(1 / (n * ifisher(teta0)))
```

A distribuição das estimativas padronizadas é comparada com a distribuição assintótica

```
# Histograma e densidade N(0, 1)
hist(ztetac, freq = FALSE, main = "", xlab = expression(hat(theta)[Z]),
      ylab = "Densidade")
curve(dnorm, add = TRUE, col = "red")
box()
```



<u>Nota 1.</u> Apresente os gráficos das funções distribuição empírica e assintótica das estimativas padronizadas.

Finalmente, apresentamos algumas medidas resumo das simulações: (i) média das estimativas de máxima verossimilhança, (ii) erro padrão utilizando a distribuição assintótica calculado com $\theta = \theta_0$, (iii) desvio padrão das estimativas de máxima verossimilhança, (iv) raiz quadrada do erro quadrático médio simulado, (v) média dos erros padrão assintóticos estimados por $1 / [n\, I_F(\hat{\theta})]$ e (vi) erro padrão utilizando a distribuição assintótica calculado com θ = média em (i).

```
## Medidas resumo
epmv0 <- sqrt(1 / (n * ifisher(teta0)))
reqm <- sqrt(mean((tetac - teta0)^2))
epmv <- sqrt(1 / (n * ifisher(tetac)))
epmvm <- mean(epmv)
epmvc <- sqrt(1 / (n * ifisher(tetacm)))

# Resultados
cat("\n n, teta0, média teta^, ep assint., ep emp.,
    reqm, média ep(teta^), ep(média teta^) \n",
    n, teta0, tetacm, epmv0, sd(tetac), reqm, epmvm, epmvc)
```

```
             (i)        (ii)      (iii)   (iv)          (v)             (vi)
 n, teta0, média teta^, ep assint., ep emp., reqm,      média ep(teta^), ep(média teta^)
 50 2      2.067783     0.2828427   0.3046262 0.3117789 0.2924287        0.2924287
```

<u>Nota 2.</u> A partir do código em R e das descrições acima, apresente as expressões para os itens (i), (iii), (iv), (v) e (vi). Prove a igualdade dos resultados dos itens (v) e (vi) (Vale para outras distribuições?).

<u>Nota 3.</u> Comente os resultados. Procure formatar os resultados acima com a função `print`.