

# AVL

SCC-502 – Algoritmos e Estruturas de  
Dados I

# AVL

---

- Árvore binária de busca balanceada
  - Para cada nó, as alturas das subárvores diferem em 1, no máximo
  - Proposta em 1962 pelos matemáticos russos G.M. Adelson-Velskii e E.M. Landis
    - Métodos de **inserção** e **remoção** de elementos da árvore de forma que ela fique balanceada

# AVL

---

- Exercício

- Inserir os elementos 10, 3, 2, 5, 9, 7, 15, 12 e 13, nesta ordem, em uma árvore e balancear quando necessário

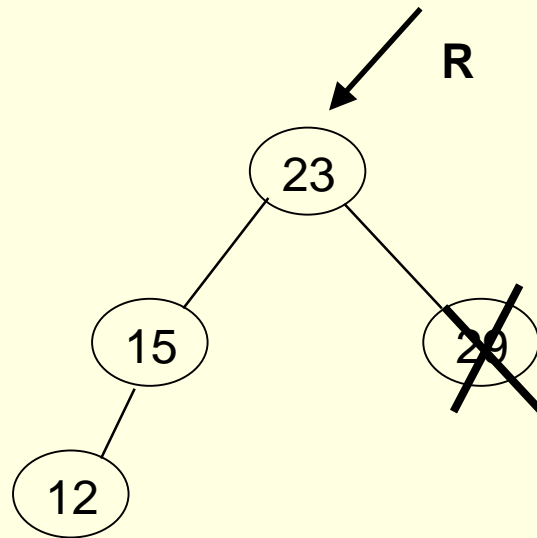
# AVL

---

- E a remoção de elementos?

# AVL: remoção

## ■ Exemplos

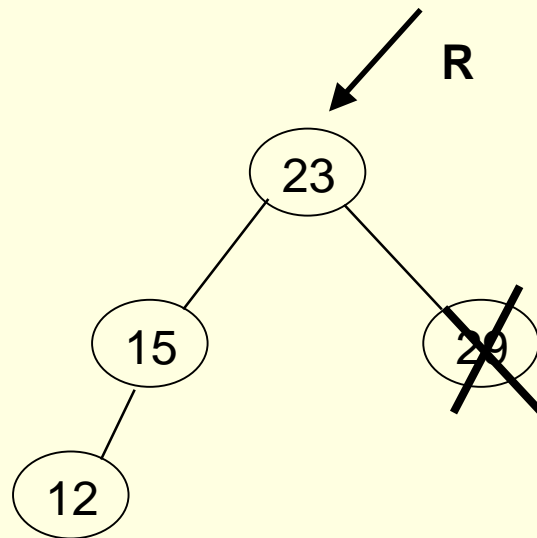


remoção de 29

Como balancear?

# AVL: remoção

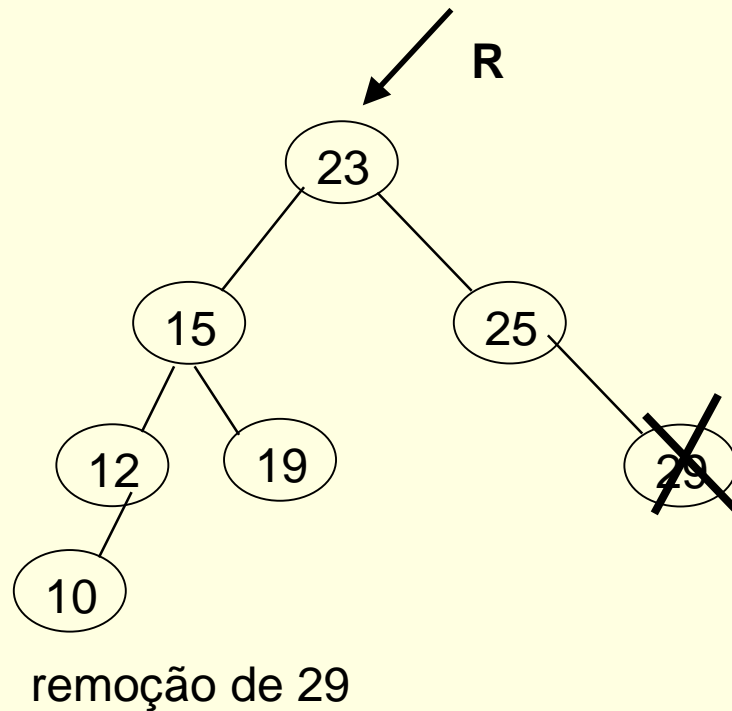
## ■ Exemplos



remoção de 29 = inserção de 12

# AVL: remoção

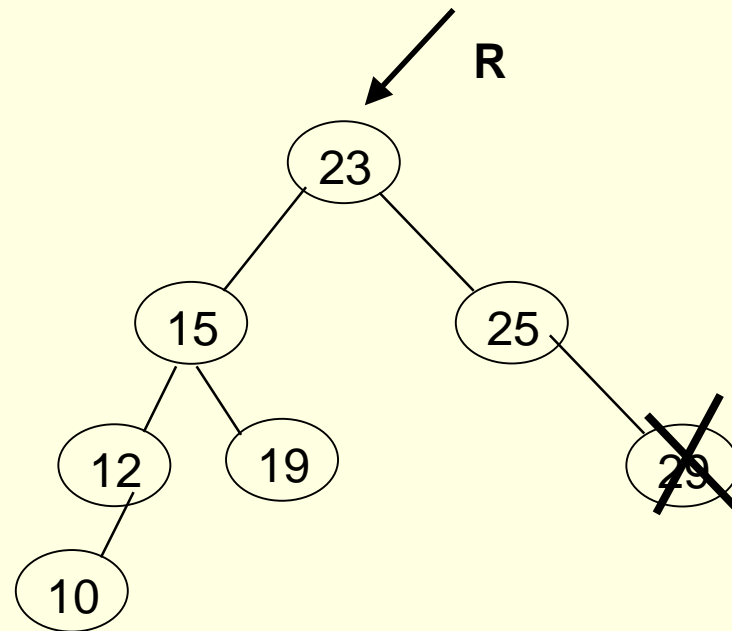
## ■ Exemplos



Como balancear?

# AVL: remoção

## ■ Exemplos

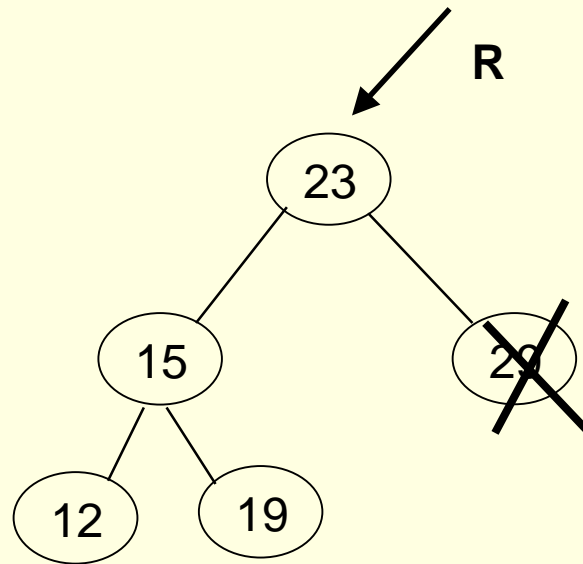


remoção de 29 = inserção de 10



# AVL: remoção

## ■ Exemplos

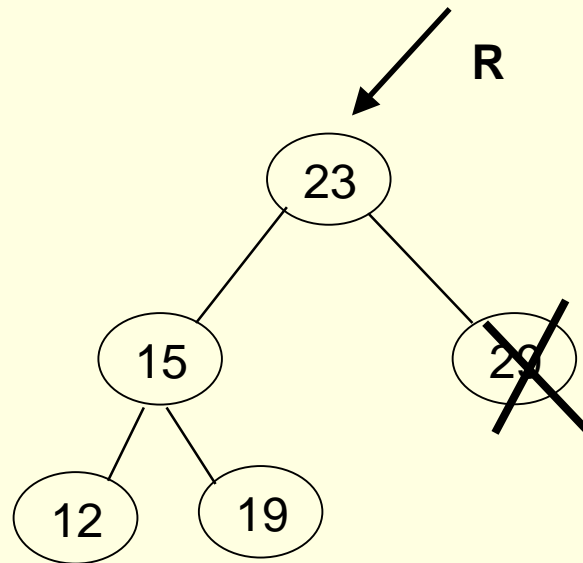


remoção de 29

Como balancear?

# AVL: remoção

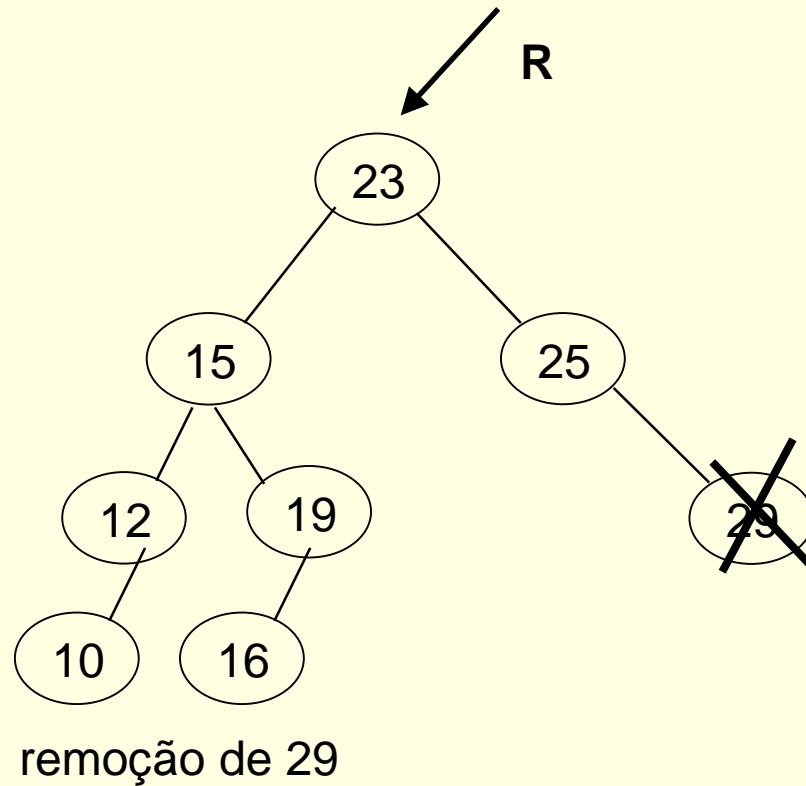
## ■ Exemplos



remoção de 29 = inserção de 12 ou 19  
(não aconteceria na inserção)

# AVL: remoção

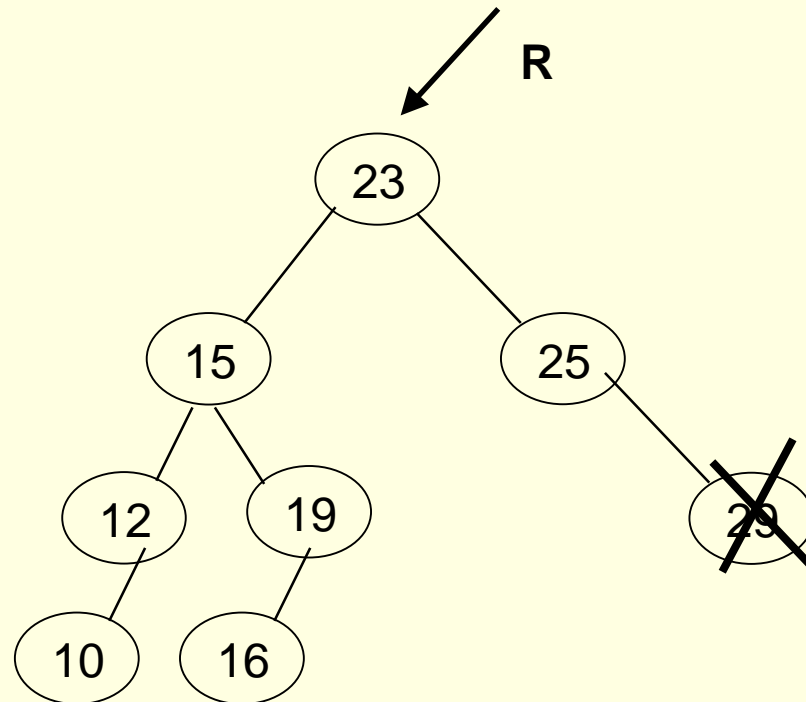
## ■ Exemplos



Como balancear?

# AVL: remoção

## ■ Exemplos



remoção de 29 = inserção de 10 ou 16  
(não aconteceria na inserção)

# AVL: remoção

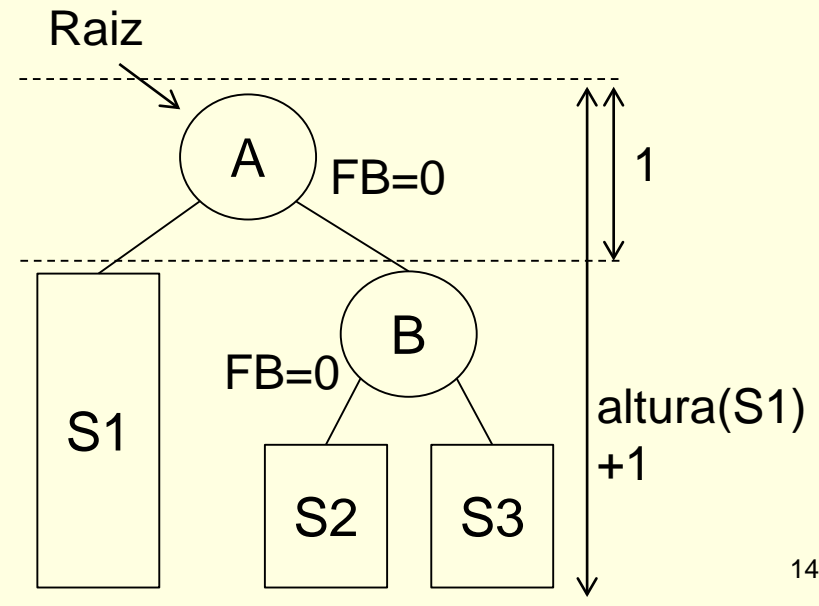
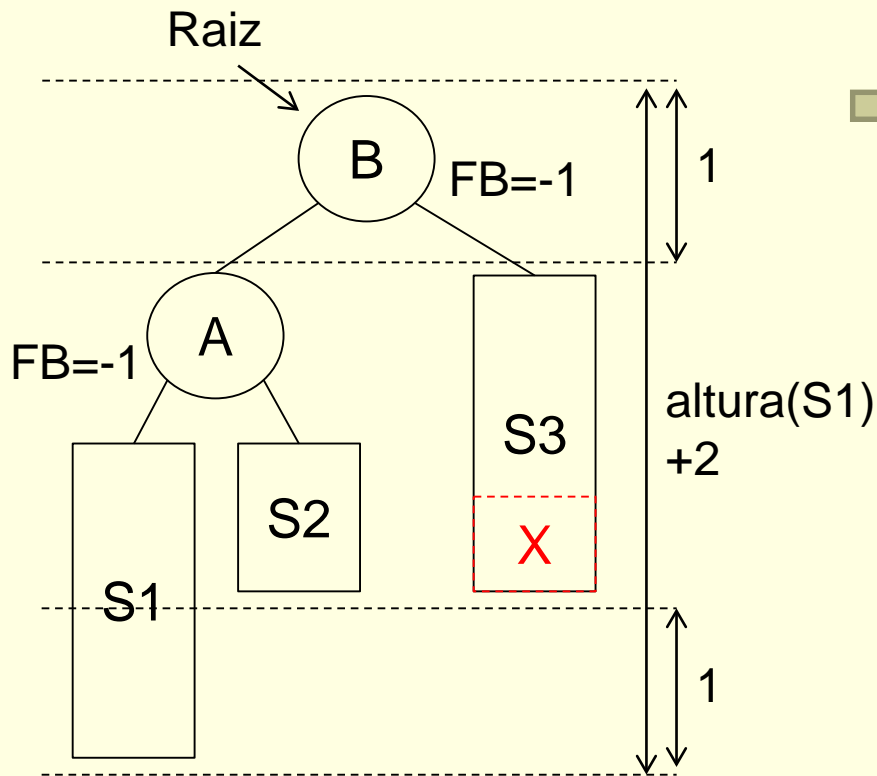
---

## ■ Primeiro caso

- Rotação simples em R (FB=2 ou -2) com filho com fator de balanceamento de mesmo sinal (1 ou -1) ou zero
  - Se R negativo, rotaciona-se para a direita; caso contrário, para a esquerda
- Rotação simples DD: raciocínio inverso

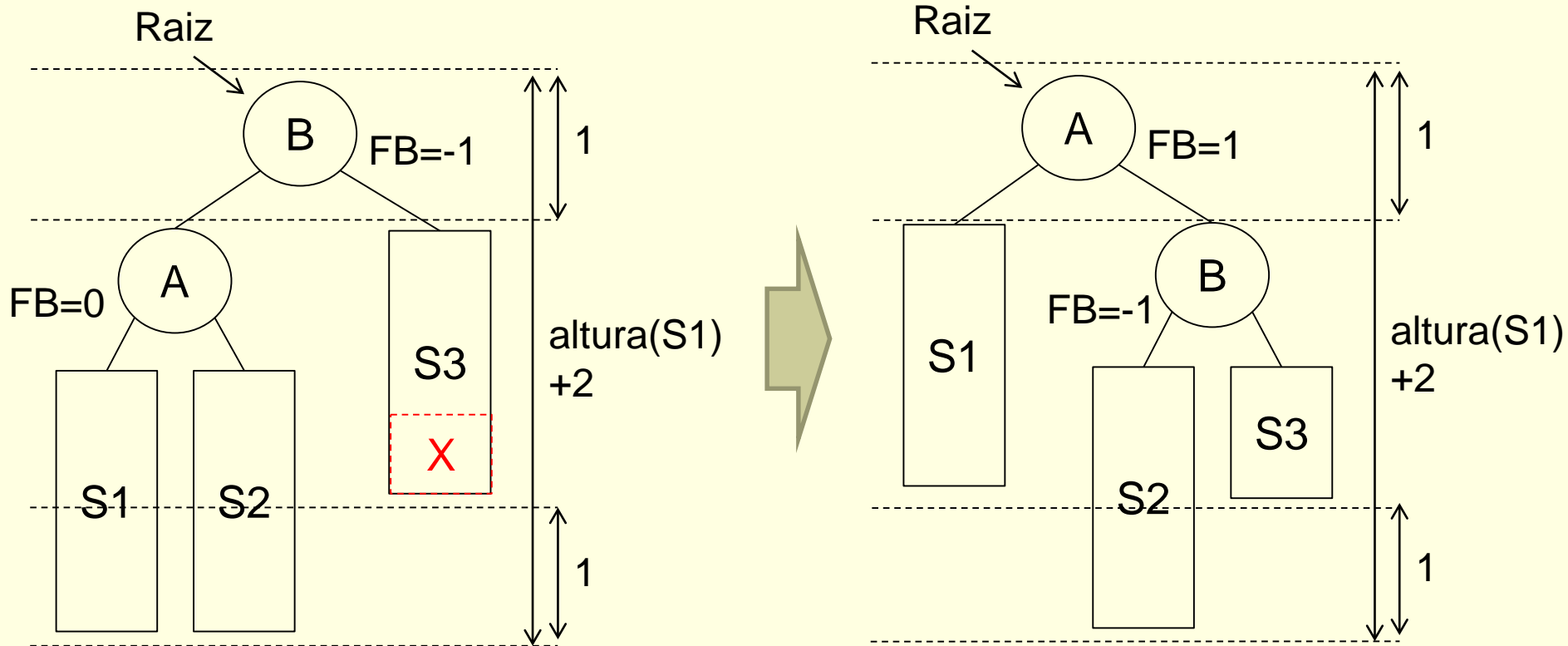
# AVL: remoção

- Primeiro caso – situação 1: FB do filho = -1



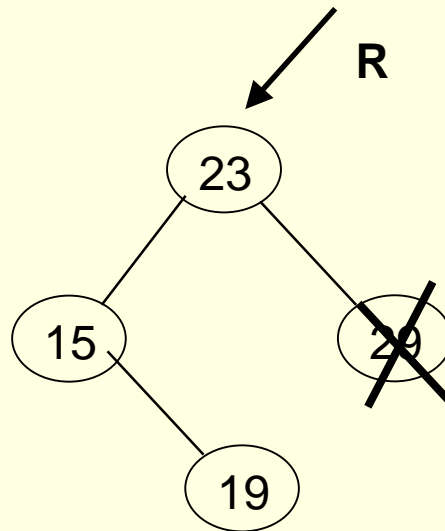
# AVL: remoção

- Primeiro caso – situação 2: FB do filho=0



# AVL: remoção

## ■ Exemplos



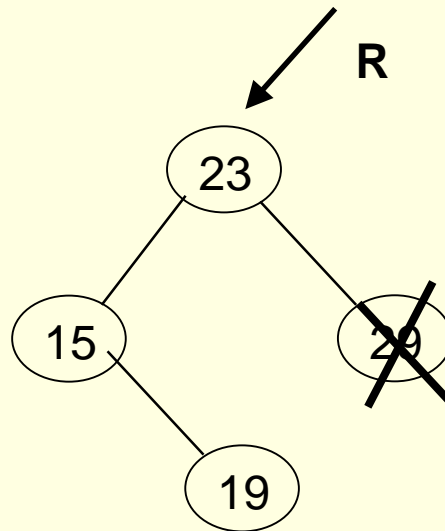
remoção de 29

Como balancear?



# AVL: remoção

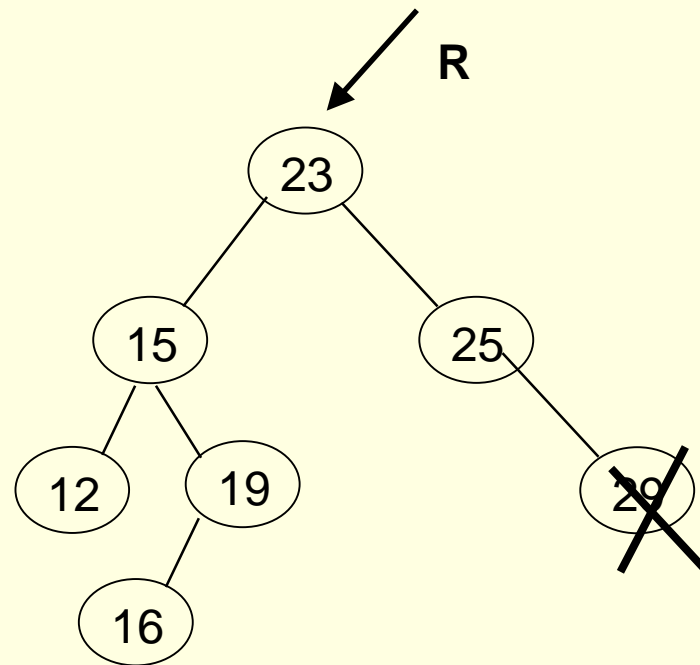
## ■ Exemplos



remoção de 29 = inserção de 19

# AVL: remoção

## ■ Exemplos

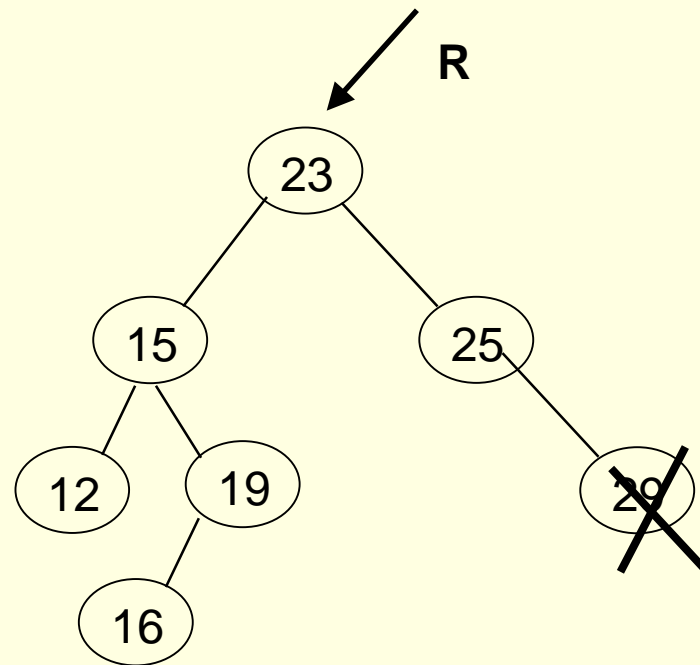


remoção de 29

Como balancear?

# AVL: remoção

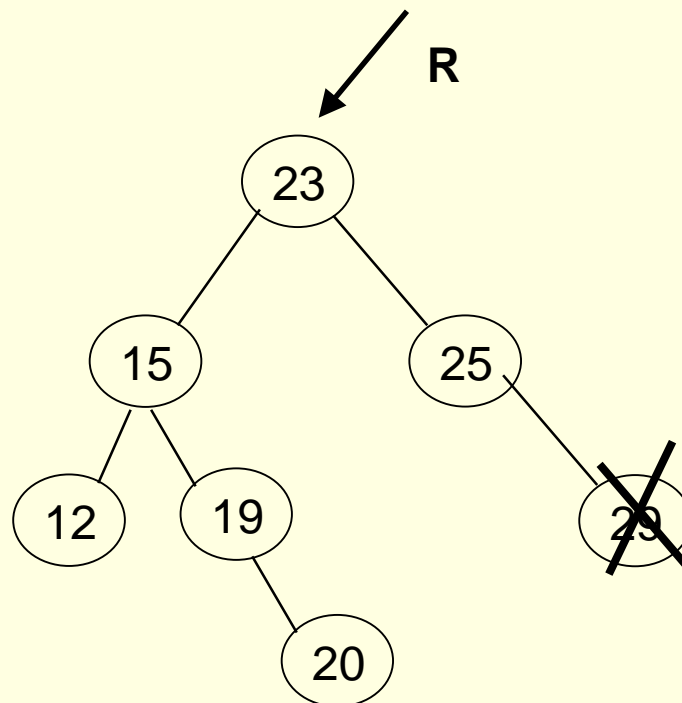
## ■ Exemplos



remoção de 29 = inserção de 16

# AVL: remoção

## ■ Exemplos

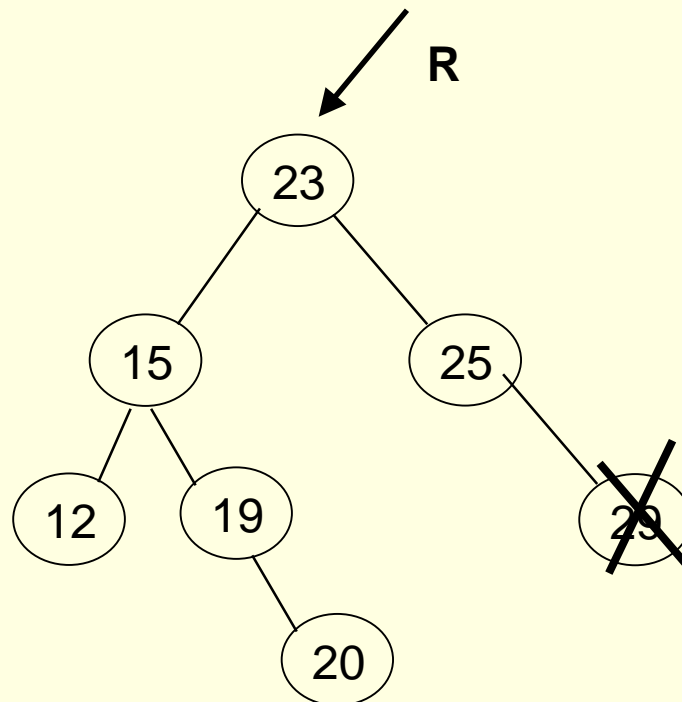


remoção de 29

Como balancear?

# AVL: remoção

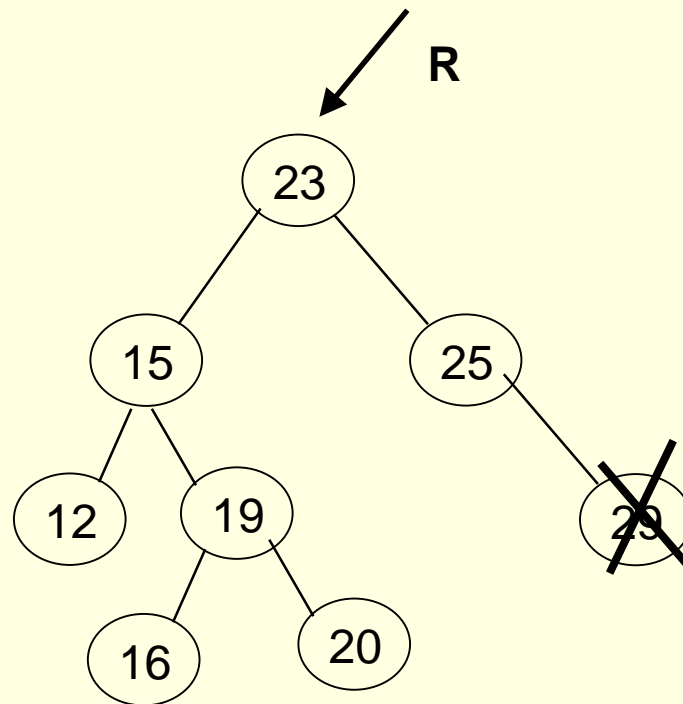
## ■ Exemplos



remoção de 29 = inserção de 20

# AVL: remoção

## ■ Exemplos

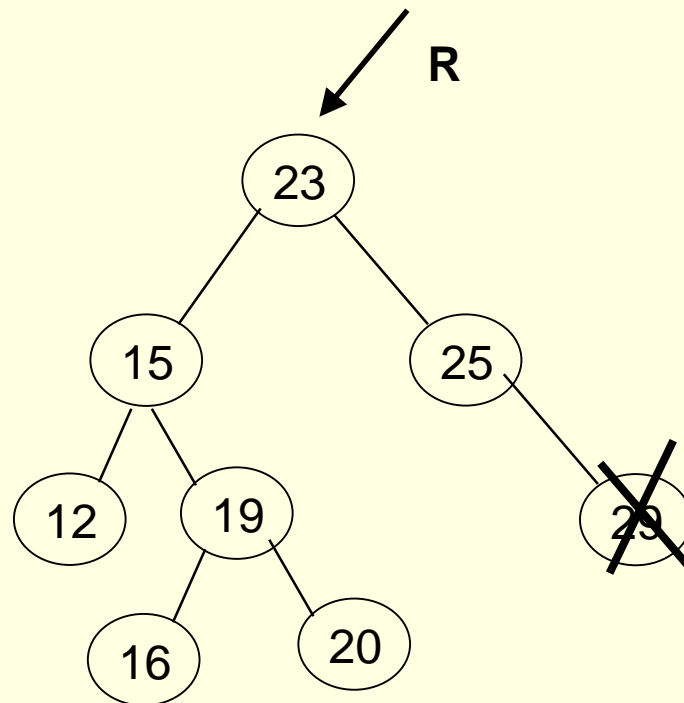


remoção de 29

Como balancear?

# AVL: remoção

## ■ Exemplos



remoção de 29 = inserção de 16 ou 20  
(não aconteceria na inserção)

# AVL: remoção

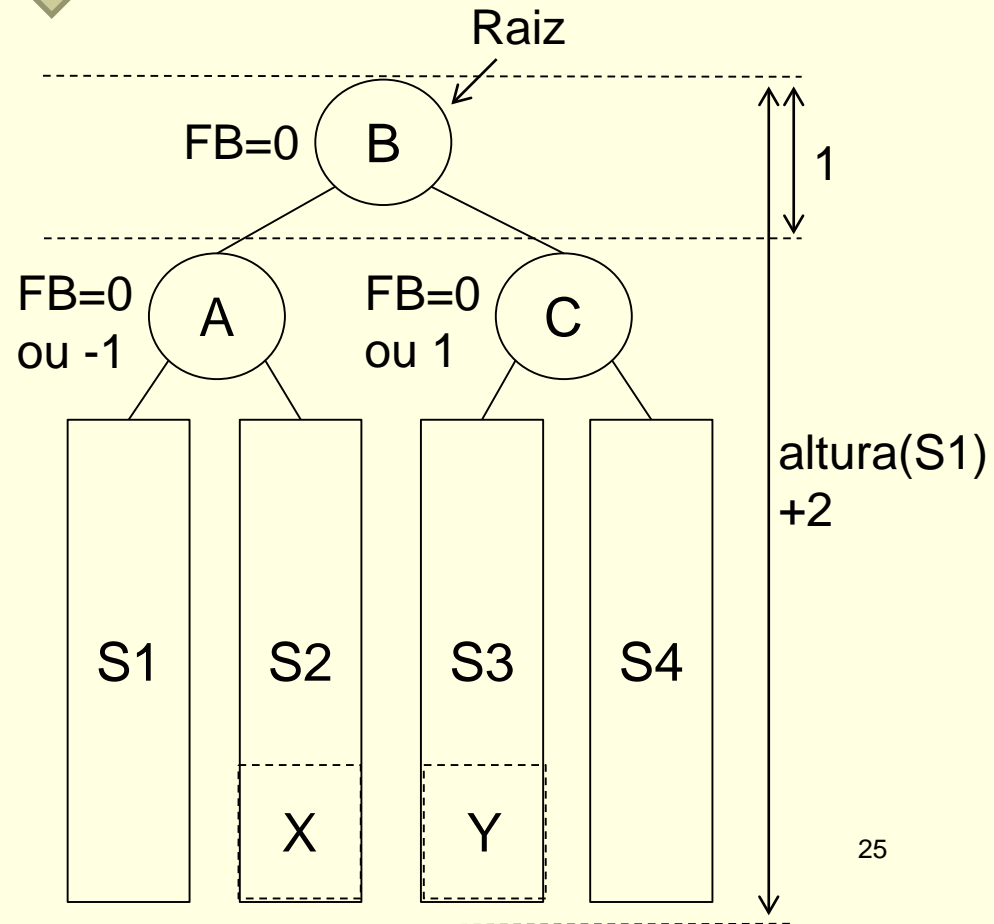
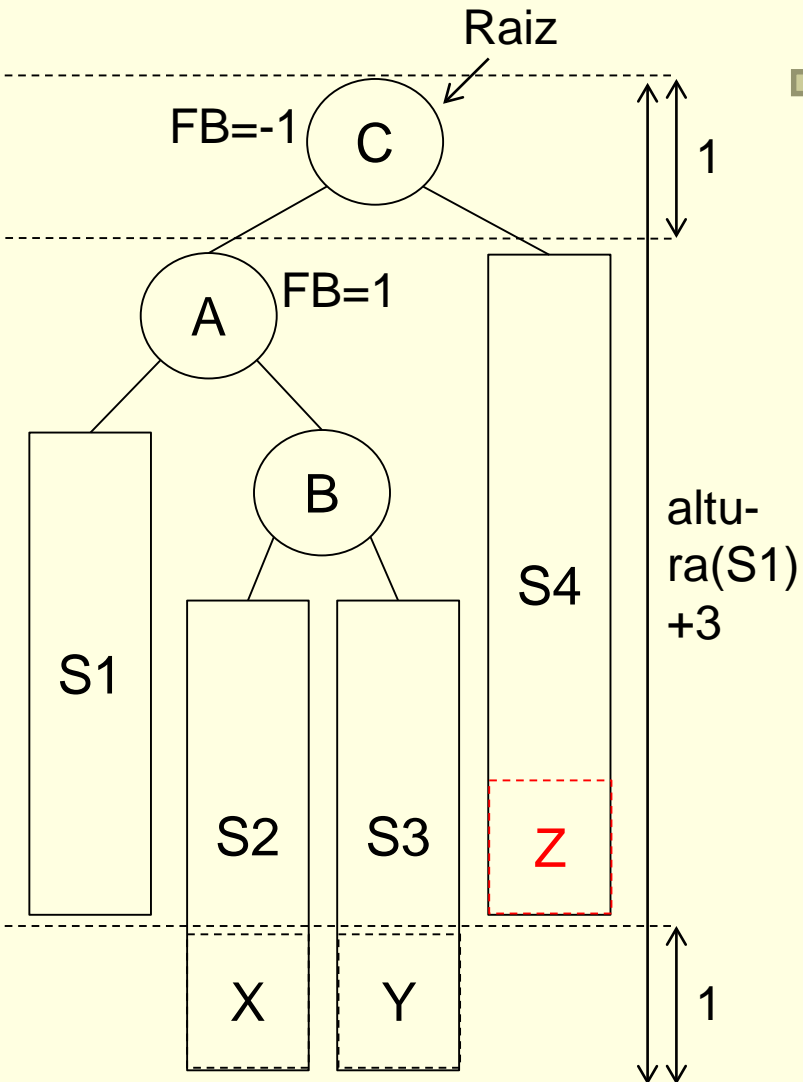
---

## ■ Segundo caso

- Rotação dupla quando R (FB=2 ou -2) e seu filho (1 ou -1) têm fatores de balanceamento com sinais opostos
  - Rotaciona-se o filho para o lado do desbalanceamento do pai
  - Rotaciona-se R para o lado oposto do desbalanceamento
- Rotação dupla DE: raciocínio inverso

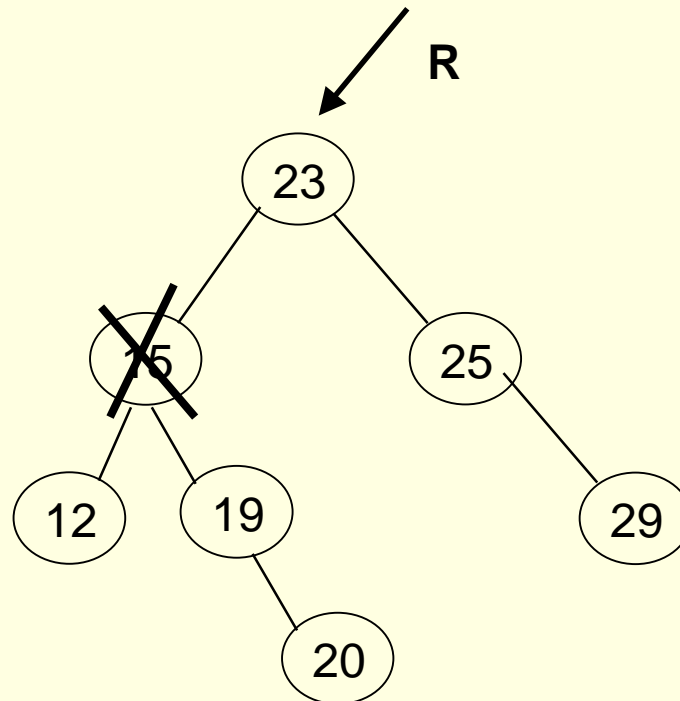


# AVL: remoção



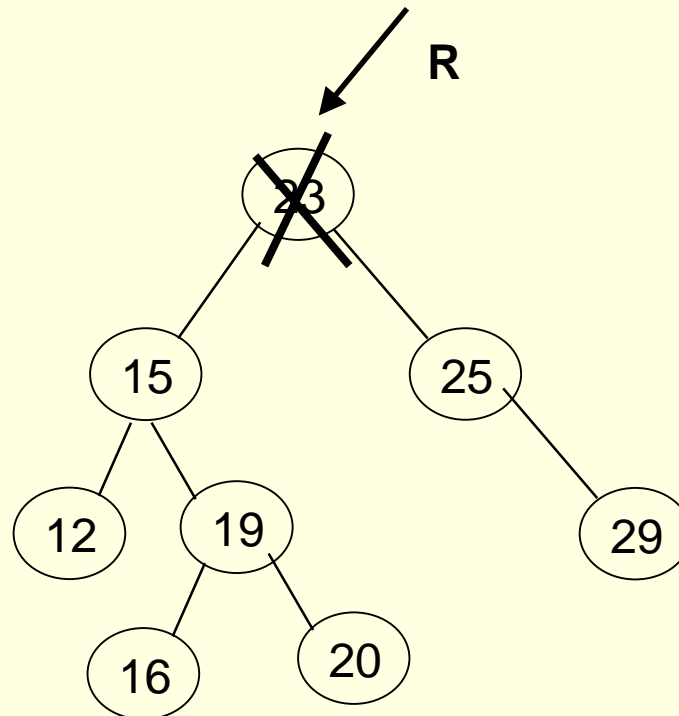
# AVL: remoção

- Questão: como remover um nó intermediário em vez de um nó folha?
  - É necessário balancear?



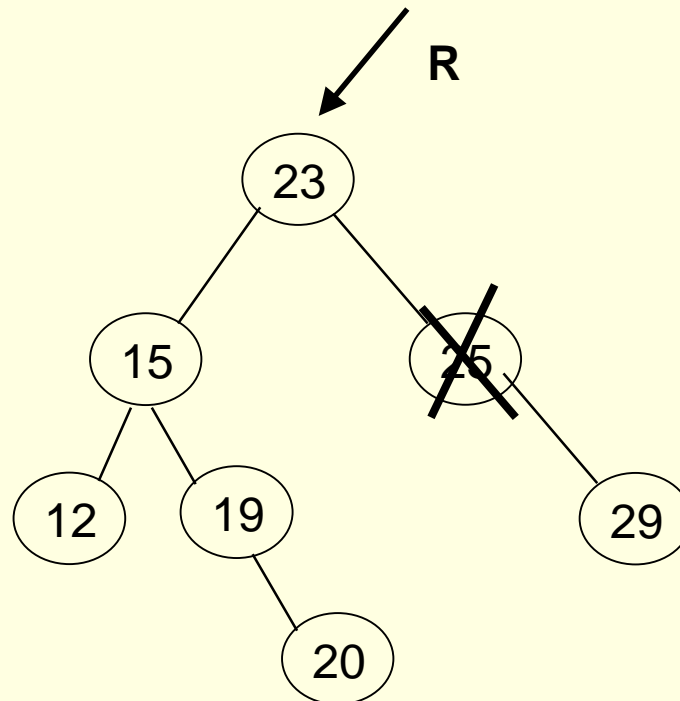
# AVL: remoção

- Questão: como remover um nó intermediário em vez de um nó folha?
  - É necessário balancear?



# AVL: remoção

- Questão: como remover um nó intermediário em vez de um nó folha?
  - É necessário balancear?



# AVL: remoção

---

- **Exercício para casa**
  - Esquematizar cada caso de remoção em AVL
    - Que ponteiros mexer, como alterar os fatores de balanceamento
  - Esboçar sub-rotina de remoção de elemento de uma AVL