

Árvores AVL (Balanceadas)

Prof^a.Dr^a. Roseli Ap. Francelin Romero

Fonte: Profa. Patrícia Marchetti

Revisão: Gedson Faria



Árvores AVL – (Balanceadas) Definição

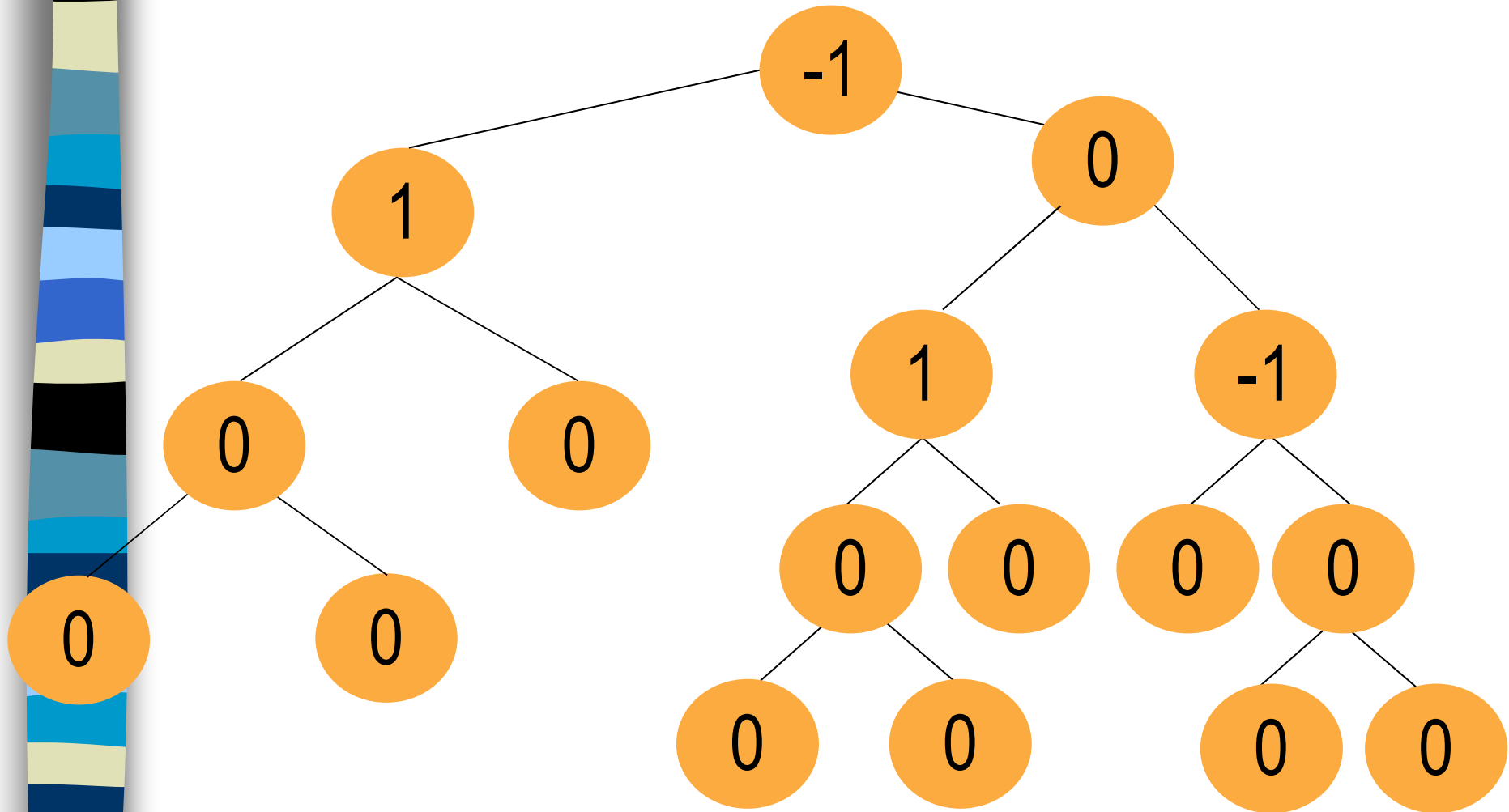
- A altura de uma árvore binária é o nível máximo de suas folhas (profundidade)
- Uma árvore binária balanceada (AVL) é uma árvore binária na qual as alturas das duas subárvores de todo nó nunca difere em mais de 1.
- O balanceamento de um NÓ é definido como a altura de sua subárvore esquerda menos a altura de sua subárvore direita.



Árvores AVL – (Balanceadas) Definição

- Cada nó numa árvore binária balanceada (AVL) tem balanceamento de 1, -1 ou 0.
- Se o valor do balanceamento do nó for diferente de 1, -1 e 0. Essa árvore não é balanceada (AVL).
- Observe o exemplo a seguir:

Árvores AVL (Balanceada) – Exemplo

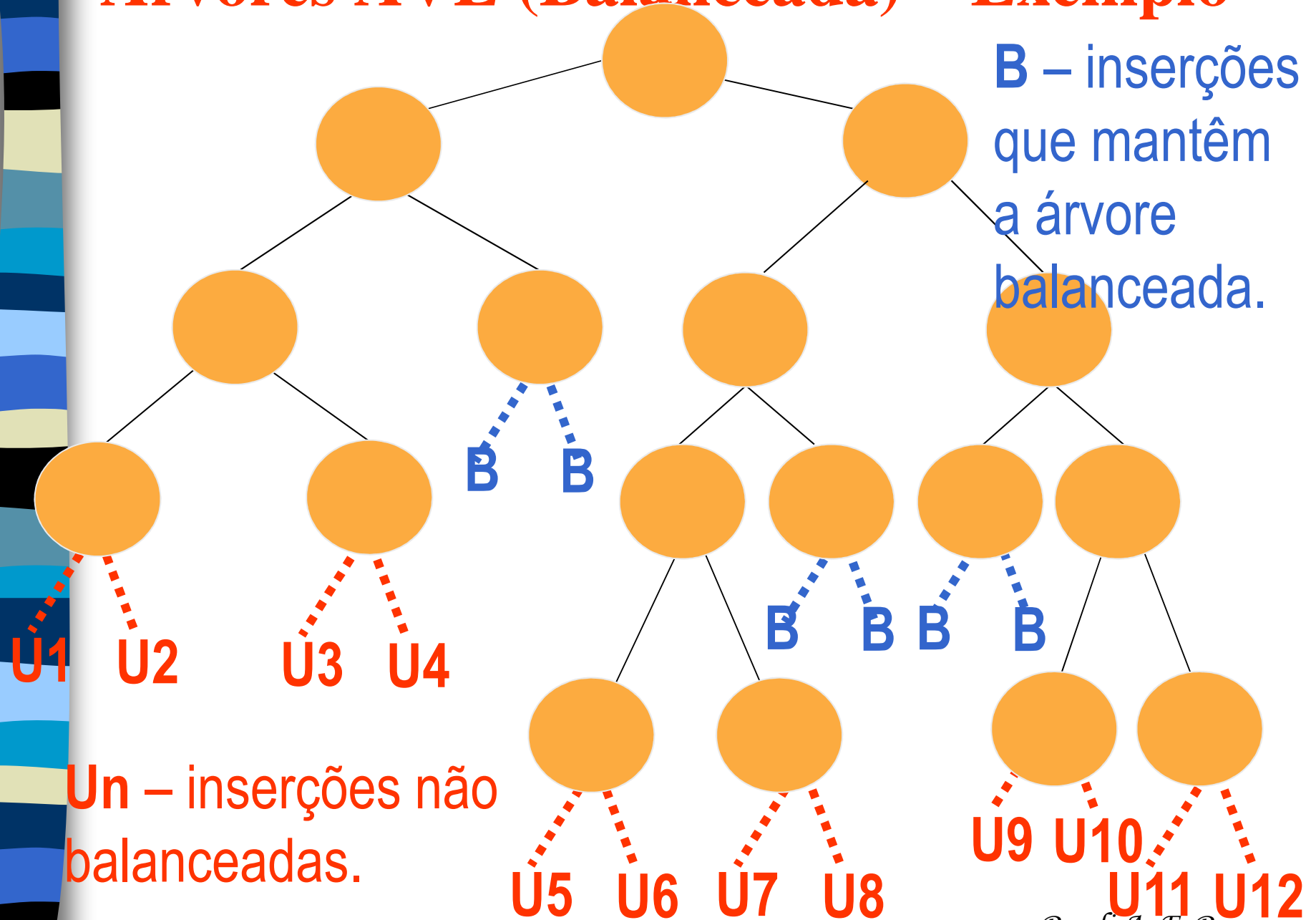




Árvores AVL – (Balanceadas)

- Se a probabilidade de pesquisar um dado for a mesma para todos os dados, uma árvore binária balanceada determinará a busca mais eficiente.
- Mas os algoritmos de inserção e remoção já vistos até agora não garantem que essa árvore permanecerá balanceada.

Árvores AVL (Balanceada) – Exemplo



Árvores Balanceadas - AVL

- O desbalanceamento ocorre quando:
- O NÓ é inserido é um descendente esquerdo de um nó que tinha balanceamento de 1 (U1 até U8)

OU

- Se ele for um descendente direito de um nó que tinha balanceamento de -1 (U9 até U12).



Árvores AVL (Balanceadas)

- Para manter uma árvore balanceada, é necessário fazer uma transformação na árvore tal que:
 1. o percurso em ordem da árvore transformada seja o mesmo da árvore original (isto é, a árvore transformada continue sendo um árvore de busca binária);
 2. a árvore transformada fique balanceada.

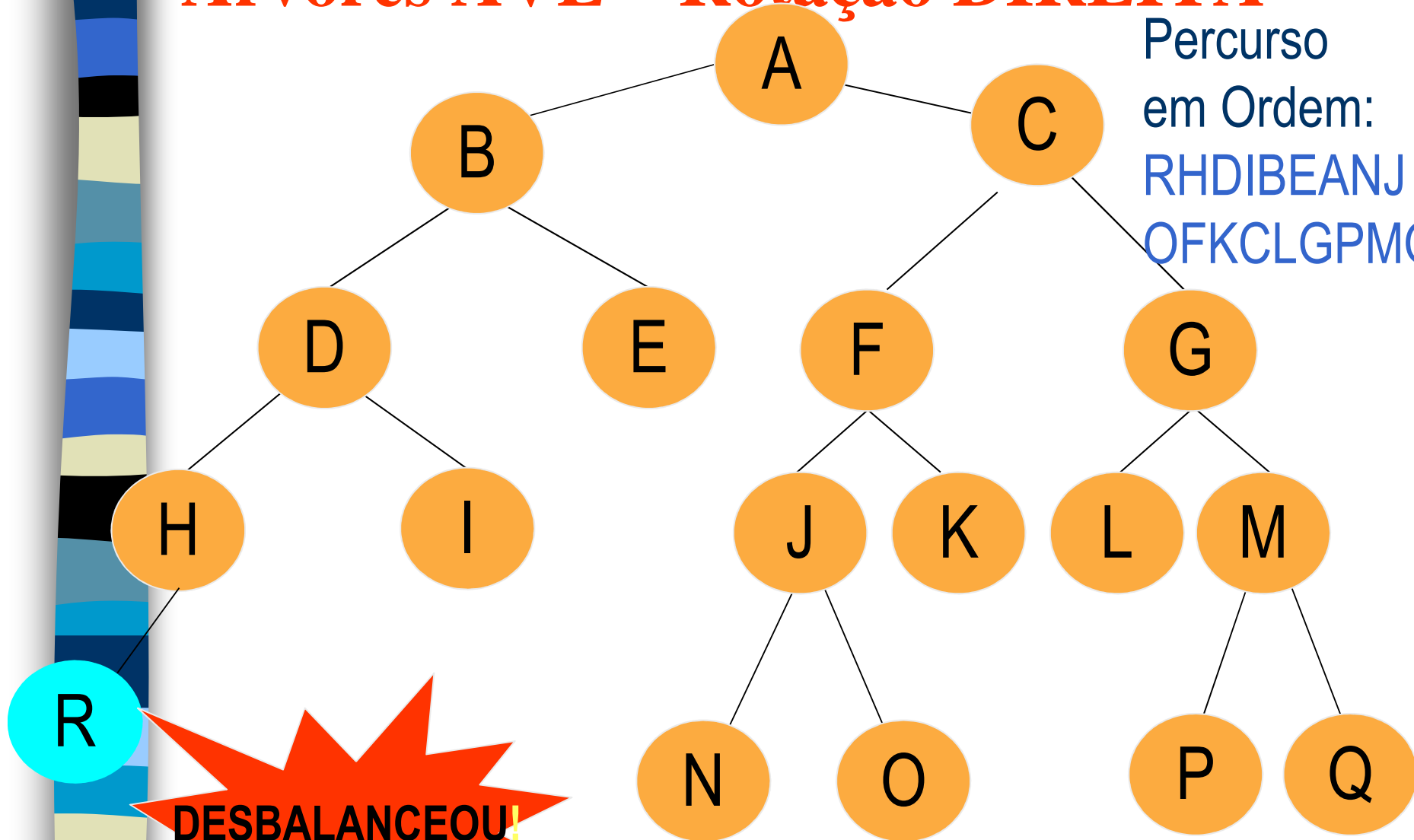


Árvores AVL (Balanceadas)

- A transformação a ser feita na árvore tal que ela se mantenha balanceada é chamada de rotação.
- A rotação poderá ser feita à esquerda ou à direita dependendo do desbalanceamento que tiver que ser solucionado.
- A rotação deve ser realizada de maneira que as regras 1 e 2 da transp. Anterior sejam respeitadas.
- Dependendo do desbalanceamento a ser solucionado, apenas uma rotação não será suficiente para resolvê-lo.

Árvores AVL – Rotação DIREITA

Percurso
em Ordem:
RHDIBEANJ
OFKCLGPMQ



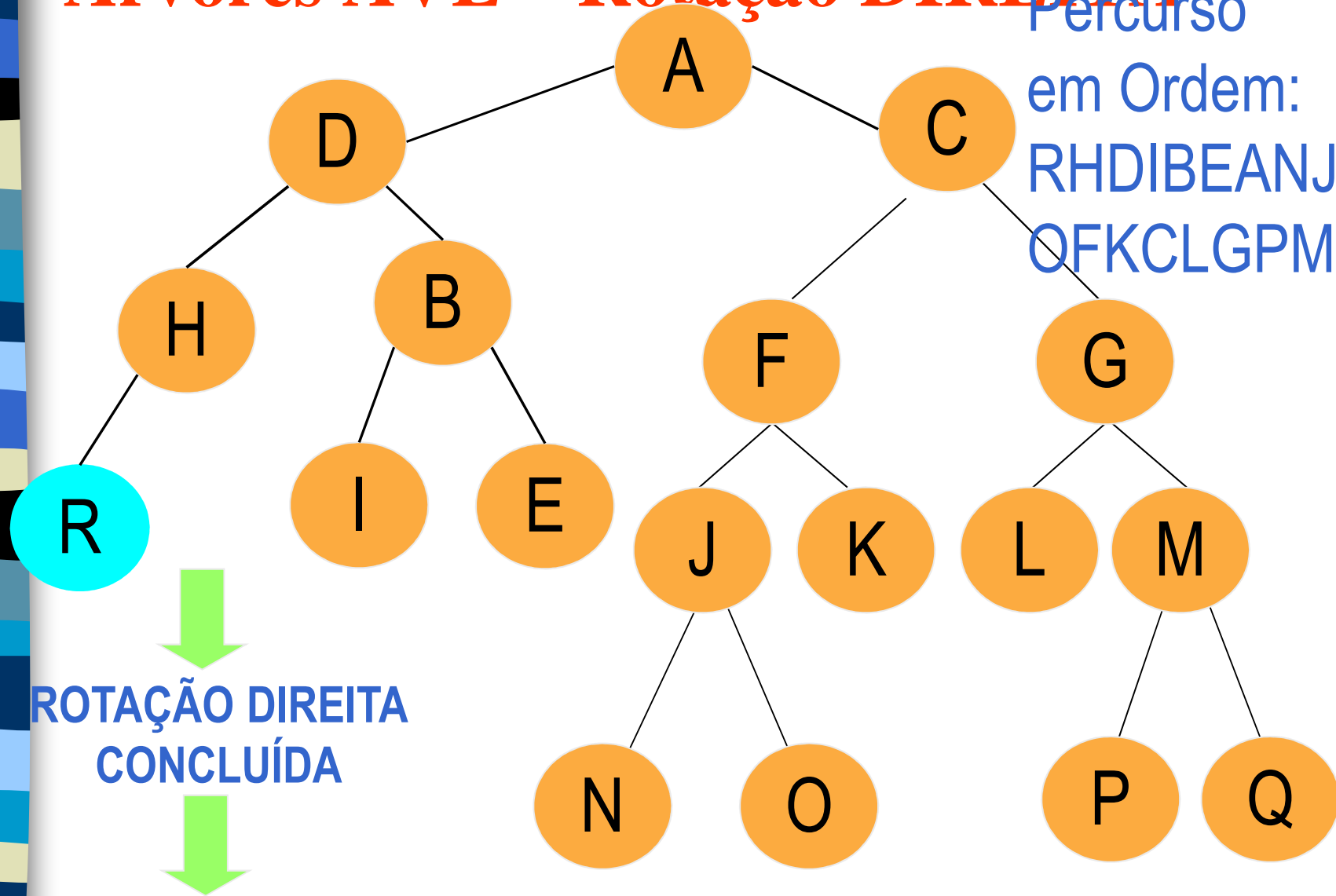
DESBALANCEOU!

SOLUÇÃO:

ROTAÇÃO DIREITA

Árvores AVL – Rotação DIREITA

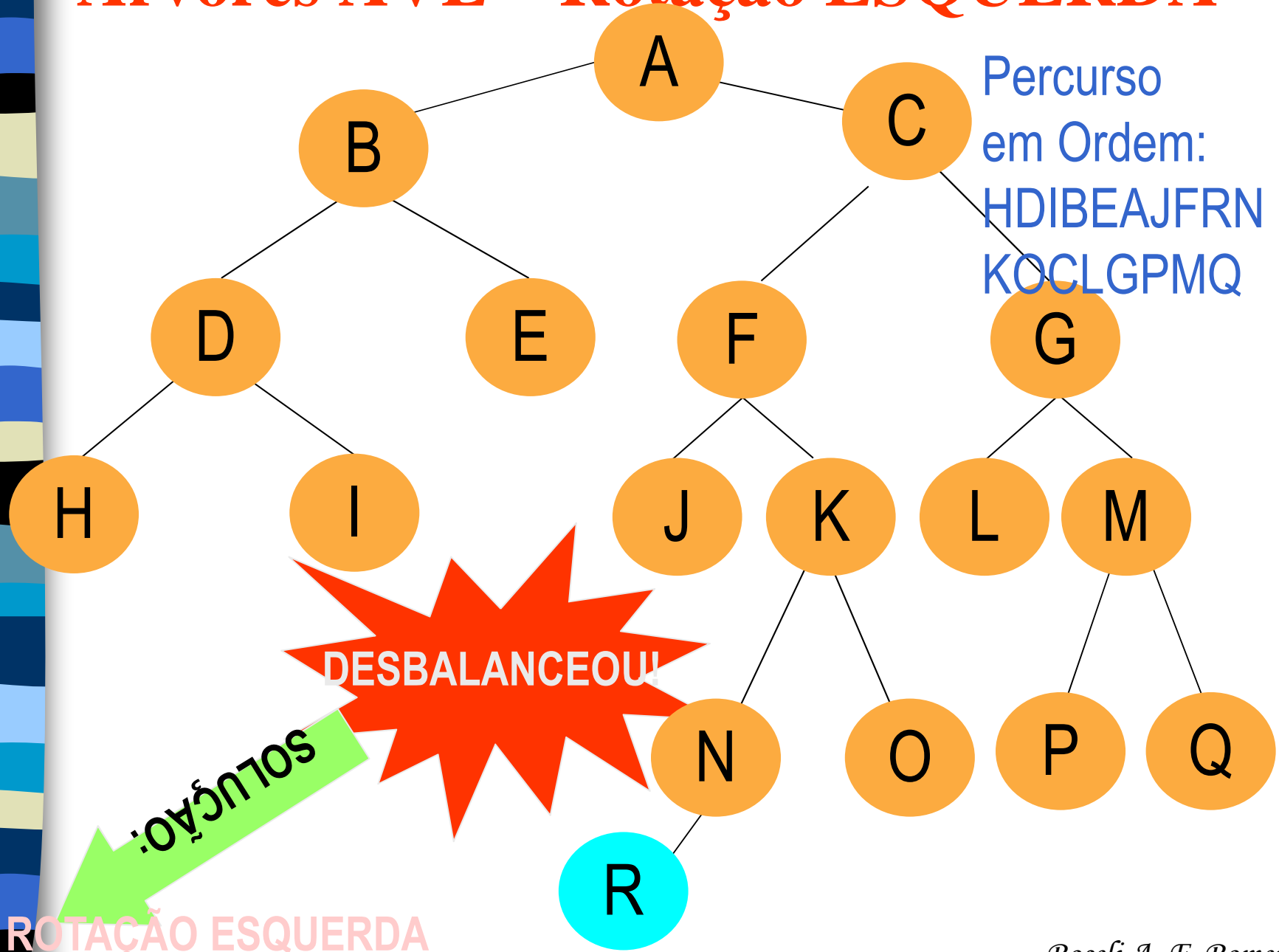
Percurso
em Ordem:
RHDIBEANJ
QFKCLGPMQ



ROTAÇÃO DIREITA
CONCLUÍDA

ÁRVORE ESTÁ NOVAMENTE BALANCEADA!!!

Árvores AVL – Rotação ESQUERDA





Árvores AVL (Balanceadas)

- Nos 2 exemplos anteriores de rotação a esquerda e a direita as duas regras foram mantidas:
- o percurso em ordem da árvore transformada deve ser o mesmo da árvore original (isto é, a árvore transformada continue sendo um árvore de busca binária);
- a árvore transformada continua balanceada.



Árvores AVL (Balanceadas)

- Para o rebalanceamento da árvore é necessário calcular o Fator de Balanceamento para verificar qual rotação deve ser efetuada afim de rebalanceá-la.
- $FB = h$ da subárvore direita - h da subárvore esquerda
- Se FB é negativo, as rotações são feitas à direita
- Se FB é positivo, as rotações são feitas à esquerda



Árvores AVL (Balanceadas)

- Há dois tipos de ocorrências nos casos de balanceamento:
- **Caso1**: Nó raiz com FB 2 ou -2 com um filho (na direção de onde houve a inserção) com FB 1 ou -1 com o mesmo sinal, neste caso a solução é uma rotação simples.

Árvores AVL (Balanceadas)

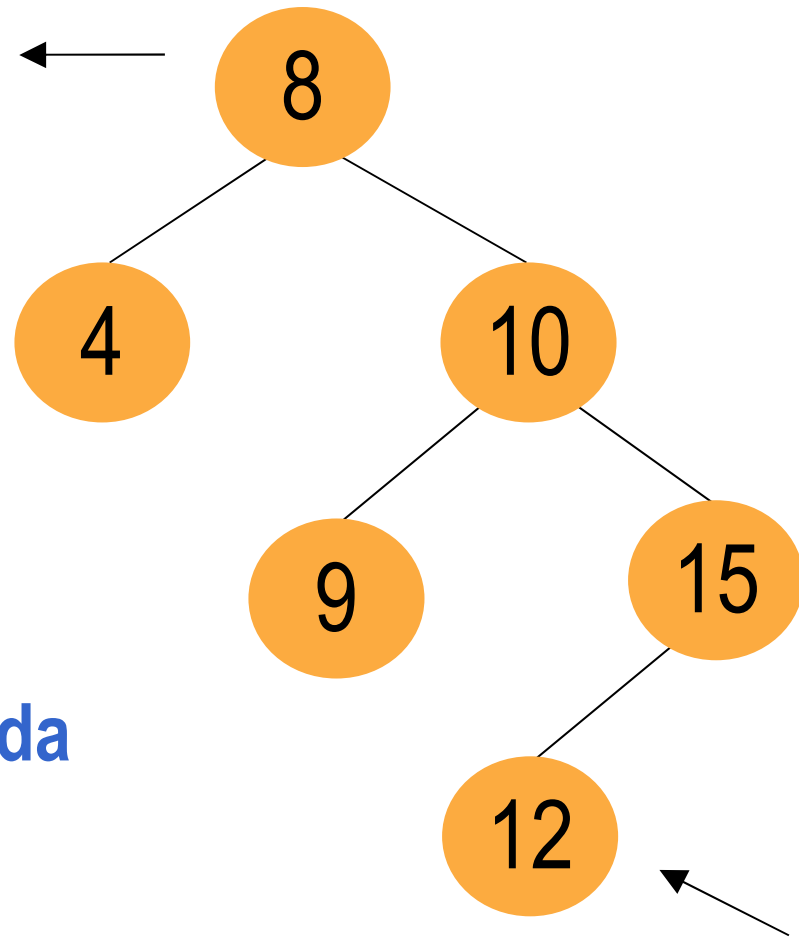
$$FB(\text{raiz}) = H_d - H_e$$

$$4 - 2 = 2$$

$$FB(10) = H_d - H_e$$

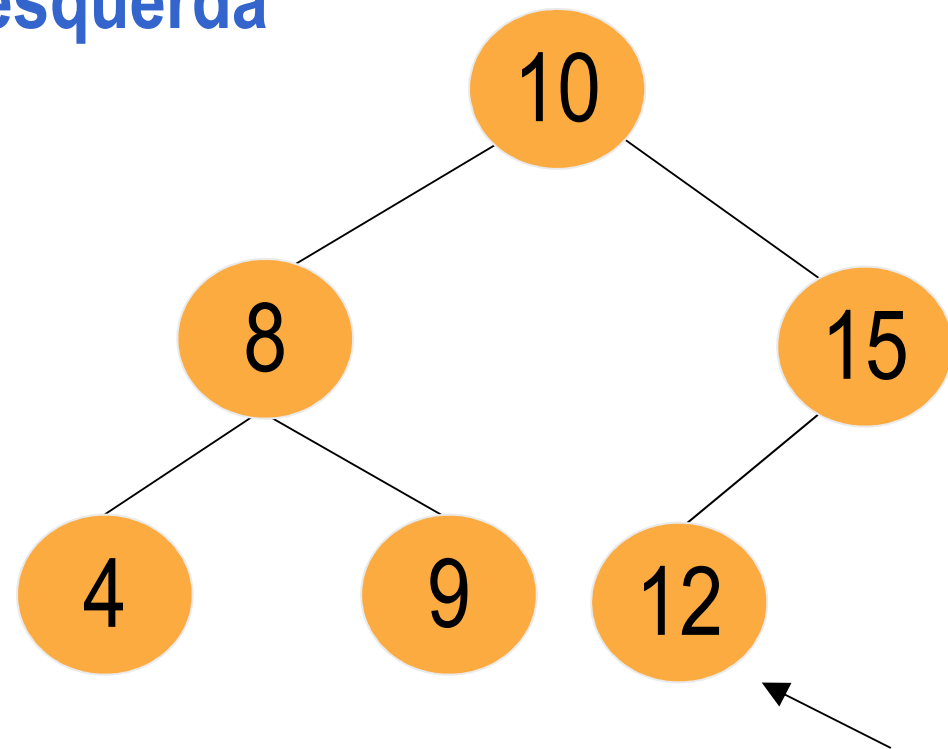
$$3 - 2 = 1$$

Solução: rotação à esquerda do nó 8, ou raiz.



Árvores AVL (Balanceadas)

Solução: rotação à esquerda do nó 8, ou raiz.



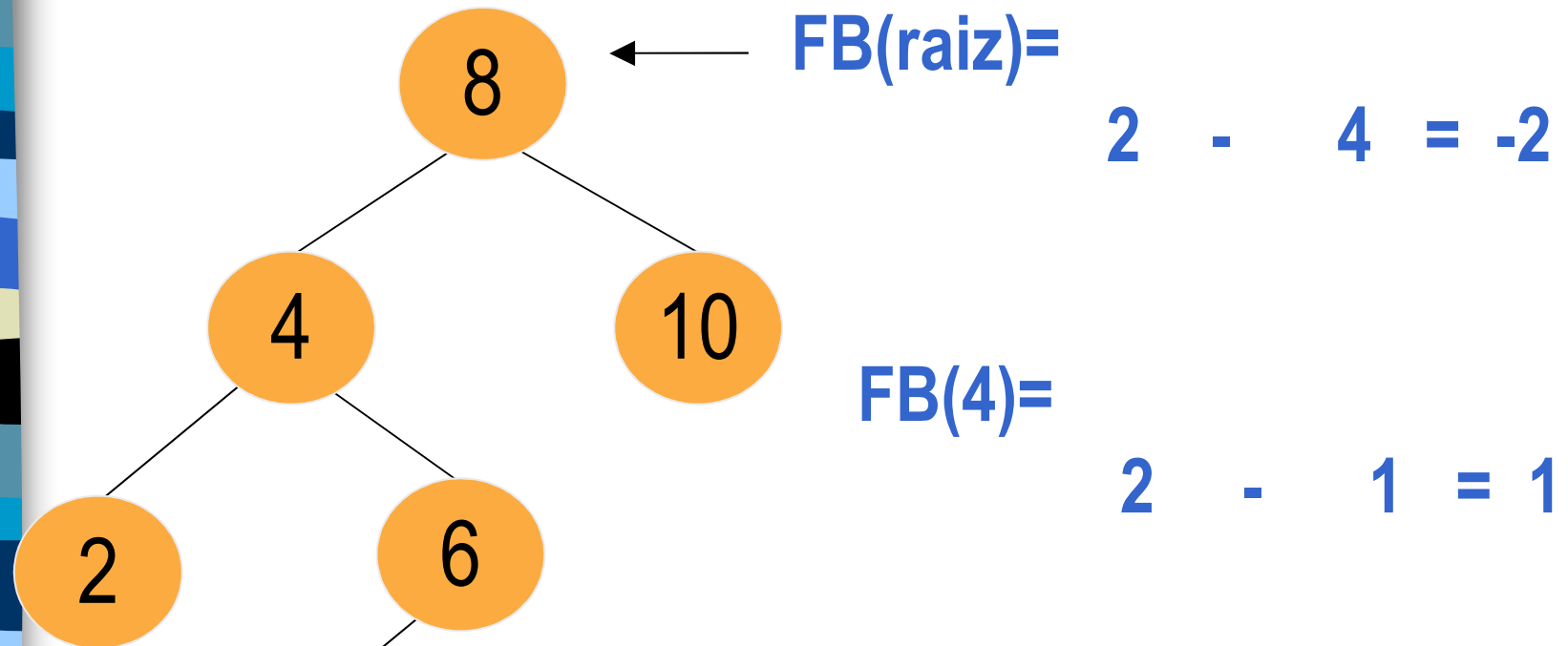
Nó inserido



Árvores AVL (Balanceadas)

- **Caso 2:** Nó raiz com FB 2 ou -2 com um filho (na direção de onde houve a inserção) com FB -1 ou 1 os quais possuem **siniais trocados**, neste caso a solução é uma rotação dupla.
- Primeiro rotaciona-se o nó com fator de balanceamento 1 ou -1 na direção apropriada e depois rotaciona-se o nó cujo fator de balanceamento seja 2 ou -2 na direção oposta

Árvores AVL (Balanceadas)

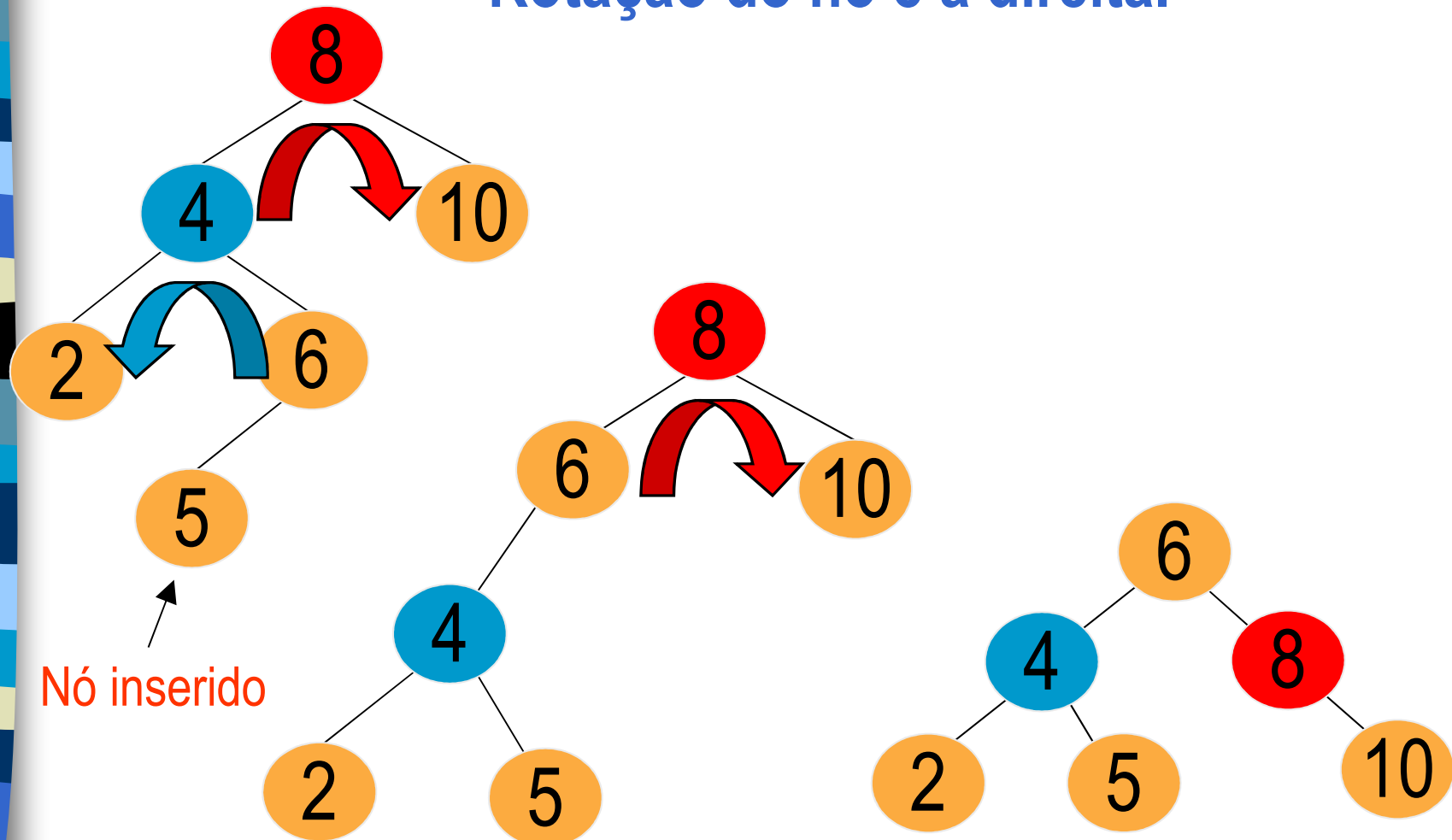


Solução: rotação do nó 4 à esquerda
Rotação do nó 8 à direita.

Nó inserido

Árvores AVL (Balanceadas)

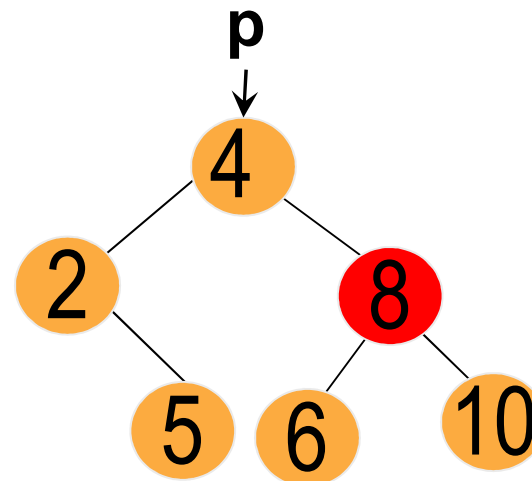
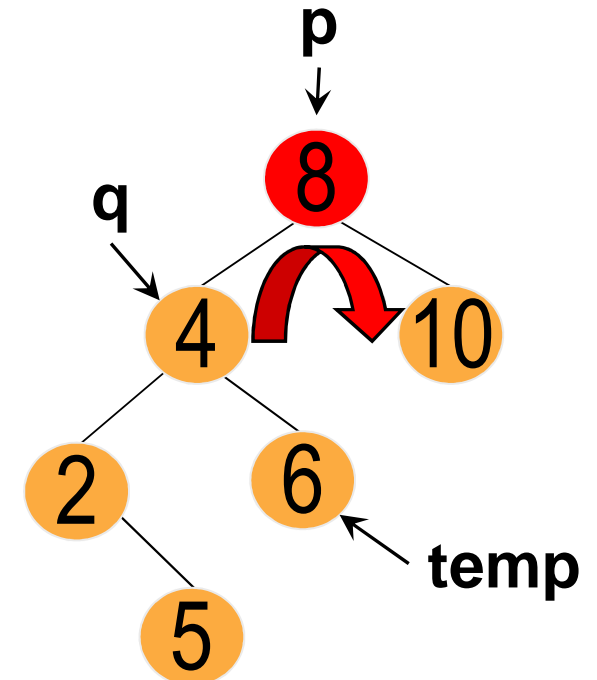
Solução: rotação do nó 4 à esquerda
Rotação do nó 8 à direita.



Árvores AVL (Balanceadas)

Algoritmo de Rotação à direita:

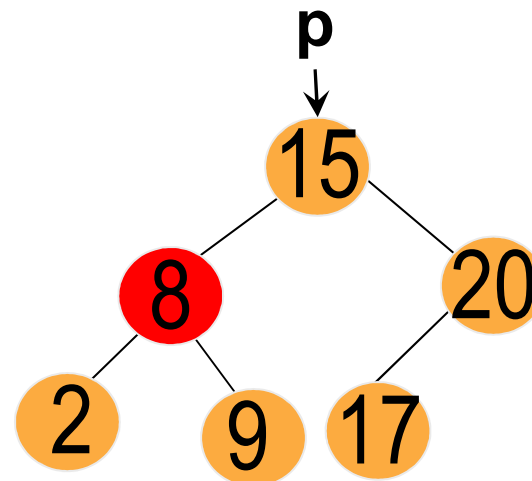
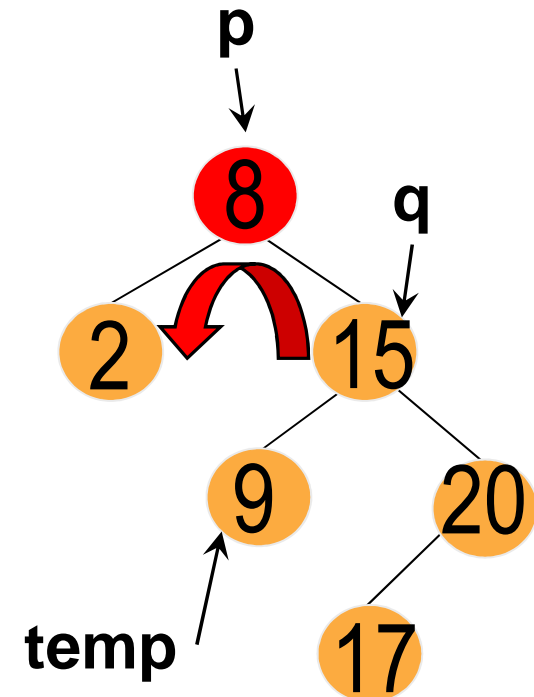
```
void rot_dir(NODEPTR p){  
    NODEPTR q, temp;  
    q = p->esq;  
    temp = q->dir;  
    q->dir = p;  
    p->esq = temp;  
    p = q;  
}
```



Árvores AVL (Balanceadas)

Algoritmo de Rotação à esquerda:

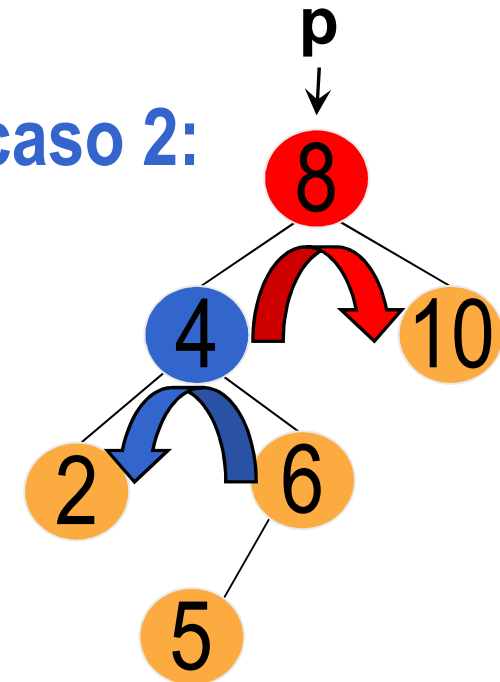
```
void rot_esq(NODEPTR p){  
    NODEPTR q, temp;  
    q = p->dir;  
    temp = q->esq;  
    q->esq = p;  
    p->dir = temp;  
    p = q;  
}
```



Árvores AVL (Balanceadas)

Algoritmo de Rotação a direita no caso 2:

```
void rot_esq_dir(NODEPTR p){  
    rot_esq(p->esq);  
    rot_dir(p);  
}
```



Árvores AVL (Balanceadas)

Algoritmo de Rotação à esquerda no caso 2:

```
void rot_dir_esq(NODEPTR p){  
    rot_dir(p->dir);  
    rot_esq(p);  
}
```

