

Comprimento de um segmento no quadrado unitário

Colaboração de Claudemir F. S. Cruz em 2020

2023

Neste exemplo é calculada uma estimativa do comprimento médio de um segmento de reta formado por dois pontos independentes com distribuição uniforme no quadrado unitário. Utilizamos simulação de Monte Carlo implementada em linguagem R.

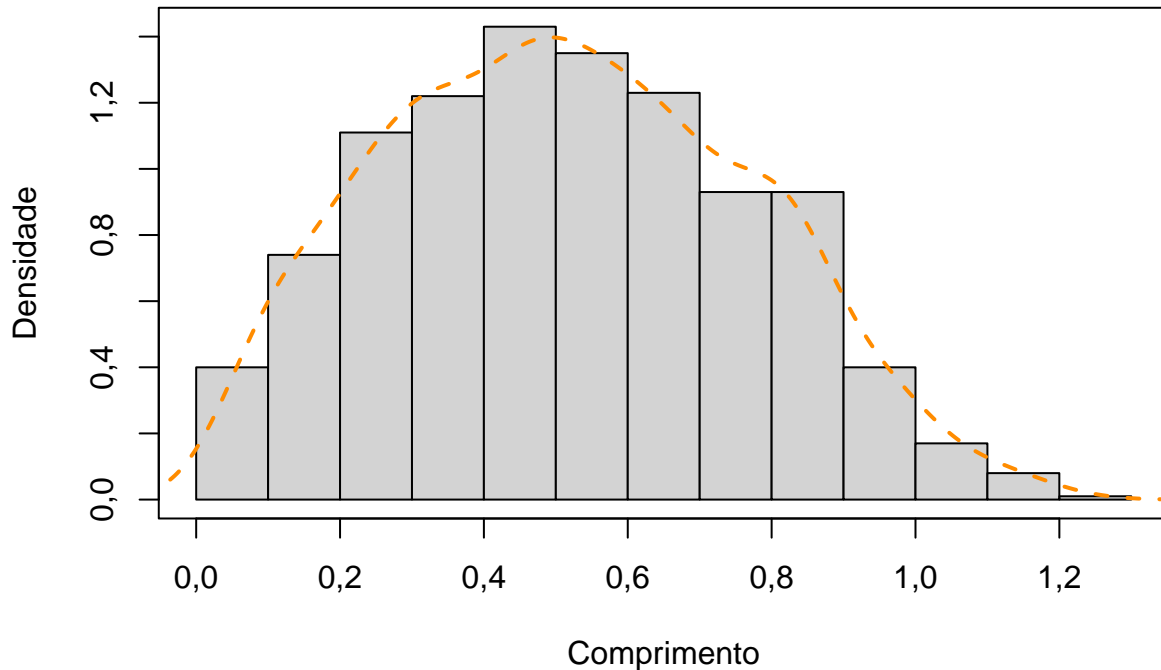
```
# Separador decimal: ","
options(OutDec = ",")

R <- 1000 # Número de repetições
```

A função `dist` calcula a distância entre as linhas de uma matriz, que é criada abaixo com a função `cbind`.

```
# Simulação
set.seed(4381)
comp <- c()
for (j in 1:R) {
  u1 <- runif(2)
  u2 <- runif(2)
  comp[j] <- dist(cbind(u1,u2))
}

# Distribuição do comprimento
hist(comp, freq = FALSE, main = "", xlab = "Comprimento",
      ylab = "Densidade")
lines(density(comp), lty = 2, col = "darkorange", lwd = 2)
box()
```



```
# Resultados
tetac <- mean(comp)
epMC <- sd(comp)/ sqrt(R)
emax <- qnorm(0.975) * epMC
cat("\n Número de repetições:", R,
    "\n Estimativa (e.p. MC):", tetac, "(", epMC, ")",
    "\n IC de 95% aproximado: (", tetac - emax, ";", tetac + emax, ")")
```

```
##
## Número de repetições: 1000
## Estimativa (e.p. MC): 0,5174941 ( 0,00794956 )
## IC de 95% aproximado: ( 0,5019132 ; 0,5330749 )
```

Nota 1. Na solução acima são gerados $2R$ pares de pontos diferentes. Afirma-se que o comprimento médio pode ser estimado gerando $(1 + \sqrt{1 + 8R})/2$ pares de pontos (arredondando a quantidade de pares) e calculando a média das distâncias entre todos os pares de pontos. Justifique esta solução, discuta suas propriedades e implemente-a.

Nota 2. A função densidade do comprimento é mostrada na figura abaixo. Obtenha a expressão da função densidade e calcule o comprimento médio.

