5. Deve ser estimada a esperança de uma variável aleatória com distribuição Poisson(θ). Em uma amostra aleatória de tamanho n, dispomos do número de observações maiores do que 0.

   (a) Apresente um estimador de θ pelo método dos momentos.

   (b) Apresente o EMV de θ.

(b) Considere $X \sim \text{Poisson}(\theta)$ e $Y = I_{\{1,2,\ldots\}}(X)$, sendo que $Y \sim \text{Bernoulli}(p)$, em que $p = P_\theta(X>0) = 1 - P_\theta(X=0) = 1 - e^{-\theta}$.
Em uma a.a. observamos $N = \sum_{i=1}^{n} Y_i$.
Vimos que o EMV de p é
$\hat{p} = \frac{N}{n}$, se $0 < \hat{p} < 1$. Por invariância, obtemos $\hat{\theta} = -\log(1-\hat{p})$.

(a) Usando o 1º momento, temos que $m_1 = E_\theta(Y) = 1 - e^{-\theta}$, de modo que o estimador de momentos coincide com o EMV de θ.