SMA0333 - Cálculo III - Teste 2 - C - 02 de junho de 2016

NOME E NÚMERO USP: ______________________________

1 - Você só poderá sair da sala de aula após entregar a sua prova.

2 - O uso de quaisquer equipamentos eletrônicos é proibido. Em particular, desligue e guarde o seu telefone celular. Portar em mãos ou utilizar quaisquer equipamentos eletrônicos durante a aula **resultará em reprovação automática no curso.**

3 - Esta prova é **individual.** Tentativas de consultar colegas, fornecer informações a colegas, consultar material bibliográfico, anotações pessoais, etc. **resultará em reprovação automática no curso.**

4 - Transcreva todas as respostas para o quadro abaixo.

5 - Só serão consideradas as respostas assinaladas neste quadro.

6 - Respostas dúbias ou rasuradas não serão consideradas.

7 - Não é permitido destacar as folhas.

Termo de compromisso

Eu, abaixo assinado, empenho a minha honra em realizar esta avaliação de acordo com as instruções recebidas, de modo estritamente individual, sem consultar ou fornecer informações aos meus colegas, respeitando assim o propósito da avaliação, os meus colegas e professores bem como o Código de Ética da Universidade de São Paulo.

Assinatura: ______________________________

Questão	Resposta
1.	(X) (b) (c) (d) (e)
2.	(a) (b) (c) (X) (e)
3.	(a) (b) (c) (d) (X)
4.	(a) (b) (c) (X) (e)
5.	(X) (b) (c) (d) (e)
6.	(X) (b) (c) (d) (e)
7.	(a) (X) (c) (d) (e)
8.	(a) (b) (c) (d) (X)
9.	(X) (b) (c) (d) (e)
10.	(a) (b) (X) (d) (e)

1. O valor de $b_n,\ n \geq 1$, na série de Fourier de $f(x) = \begin{cases} -senx, & -\pi < x \leq 0 \\ senx, & 0 < x < \pi \end{cases}$ é

   (a) 0 **correta**
   (b) $\frac{1}{n}$
   (c) $\frac{(-1)^n}{n}$
   (d) $\frac{(-1)^n}{n^2+1}$
   (e) nenhuma das anteriores

2. A série de Fourier da função 2-periódica dada por $f(x) = x$, para $-1 \leq x \leq 1$, é

   (a) $1 - \frac{4}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)^2}\cos((2n-1)\pi x) + \frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}sen(n\pi x)$
   (b) $\frac{4}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}sen(n\pi x)$ **correta**
   (c) $-\frac{4}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)^2}\cos((2n-1)\pi x) + 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}sen(n\pi x)$
   (d) $\frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}sen(n\pi x)$
   (e) $2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}sen(n\pi x)$

3. Podemos dizer que série de Fourier $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}\left[a_n cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) + b_n\ sen\left(\frac{n\pi x}{L}\right)\right]$ da função $f(x) = cos^4(x)$

   a) tem infinitos coeficientes não nulos de cossenos
   b) só tem coeficientes não nulos de cossenos com índices ímpares.
   c) tem coeficientes não nulos de senos e de cossenos com índices pares e ímpares.
   d) é tal que os coeficientes não nulos de cossenos só têm índices ímpares.
   e) tem somente um número finito de coeficientes não nulos de cossenos. **correta**

4. Considere as funções F, G tais que $F(-x) = F(x)$ e $G(-x) = -G(x)$ para todo x. Das afirmativas abaixo

   I) $\int_{-L}^{L}(F(x) + G^3(x))dx = 2\int_0^L (F(x) + G^3(x))dx$
   II) $\int_{-L}^{L}(F^2(x) + G^2(x))dx = 2\int_0^L (F^2(x) + G^2(x))dx$
   III) $\int_{-L}^{L} F^2(x)G(x)dx = 2\int_0^L F^2(x)G(x)dx$
   IV) $\int_{-L}^{L} F^3(x)G^2(x)dx = 2\int_0^L F^3(x)G^2(x)dx$
   V) $\int_{-L}^{L} F(x)G^3(x)dx = 2\int_0^L F(x)G^3(x)dx$

   é correto dizer que:
   a) I, II e V são as únicas afirmativas corretas.
   b) II, III e V são as únicas afirmativas corretas.
   c) III e V são as únicas afirmativas corretas.
   d) II e IV são as únicas afirmativas corretas. **correta**
   e) I e IV são as únicas afirmativas corretas.

5. Seja $f(x) = \dfrac{x^3 - \pi^2 x}{12}$ para $x \in [-\pi, \pi]$ tal que $f(x + 2\pi) = f(x)$. Se sua série de Fourier é dada por $S_f(x) = \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^3} sennx$, é certo afirmar que:

a) $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} \left[\frac{x^3 - \pi^2 x}{12}\right] [sen(2x) + cos(2x)]dx = \frac{\pi}{8}$. **Correto**

b) $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} \left[\frac{x^3 - \pi^2 x}{12}\right] [sen(2x) + cos(2x)]dx = \frac{3\pi}{8}$.

c) $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} \left[\frac{x^3 - \pi^2 x}{12}\right] [3cosx + 3senx]dx = -3$.

d) $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} \left[\frac{x^3 - \pi^2 x}{12}\right] sen^2(x)dx = \frac{\pi}{8}$.

e) $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} \left[\frac{x^3 - \pi^2 x}{12}\right] sen^2(x)dx = \frac{1}{8}$

6. Se para todo x temos $f(x) = \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} cos((2n-1)x) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} sen(2nx)$ então é certo dizer que:

a) $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} f(x)cos(5x)\ dx = \frac{\pi}{9}$. **correta**

b) $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} f(x)cos(5x)\ dx = \frac{1}{5}$.

c) $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} f(x)sen(8x)\ dx = \frac{-\pi}{8}$.

d) $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} f(x)sen(8x)\ dx = \frac{1}{4}$.

e) $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} f(x)(sen(2x) + 7cos(9x))\ dx = \frac{\pi}{25}$.

7. Quais das seguintes afirmações são corretas?

I – Se uma função f 2π-periódica tem a série de Fourier dada por $\mathcal{S}_f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} cos((2n-1)x)$ então f é uma função ímpar.
II – A série de Fourier de uma função f ímpar e definida em toda reta, onde f e f' são contínuas por partes, sempre converge em $x = 0$ para 0.
III – A série de Fourier de uma função f par e definida em toda reta, onde f e f' são contínuas por partes, sempre converge em $x = 0$ para 0.

(a) Somente II e III.
(b) Somente II. **correta**
(c) Somente I.
(d) Somente III.
(e) Nenhuma está correta.

8. Seja $f : [0,3] \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \begin{cases} 2, & \text{se } 0 \le x < 2 \\ -1, & \text{se } 2 \le x \le 3 \end{cases}$ A série de cossenos de f em $x = 0$ converge para

(a) -1.
(b) $3/2$.
(c) $1/2$.
(d) 0.
(e) 2. **correta**

9. Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ de **período igual a** 4 é dada por $f(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } 0 \le x < 2 \\ x-2, & \text{se } 2 \le x < 4 \end{cases}$. A série de Fourier de f em $x = 26$, $x = 27$ e $x = 28$, converge, respectivamente, para

   (a) 0, 1 e 1. **correta**

   (b) 0, 2 e 1.

   (c) 0, 1 e 2.

   (d) 0, 2 e 2.

   (e) 1, 2 e 2.

10. Seja $f(x) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k sen(2k\pi x)$, $a_k \in R$, definida para todo x. Suponha que $f(x) = x(1-x) = x - x^2$ para $x \in [0,1]$. É certo dizer que:

   a) $f(x) = -x^2 + x$ se $x \in [-1, 0]$.

   b) $f(x) = x^2 - x$ se $x \in [-1, 0]$

   c) $f(x) = x^2 + x$ se $x \in [-1, 0]$. **correto**

   d) $f(x) = -x^2 - x$ se $x \in [-1, 0]$.

   e) Não é possível descrever através de funções elementares o valor de $f(x)$ no intervalo $[-1, 0]$.