

5ª Lista de Exercícios - SME-260 Análise de Regressão - Prof<sup>a</sup> Cibele Russo

Data: 22/06/2011

---

1. Considere o modelo de regressão linear simples sem intercepto e com erros heteroscedásticos e não correlacionados,

$$\begin{cases} Y_i = \beta X_i + \epsilon_i, & i = 1, \dots, n, \text{ com} \\ E(\epsilon_i) = 0, \text{ Var}(\epsilon_i) = \sigma_i^2, \sigma_i^2 = (a + bX_i^2)\sigma^2, \end{cases} \quad (1)$$

com  $a$  e  $b$  constantes conhecidas.

- (a) Interprete o modelo (1).
- (b) Obtenha o estimador de mínimos quadrados de  $\beta$  para o caso em que  $a = 0$  e  $b = 1$ . Verifique se esse estimador é não viesado e calcule sua variância.
- (c) Repita o item (b) para o caso em que  $a = 0$  e  $b = \sigma^{-2}$ .
- (d) Interprete o modelo para o caso em que  $a \neq 0$  e  $b = 1$ .

2. Considere o modelo de regressão linear múltipla,

$$\mathbf{Y} = X\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\epsilon},$$

com  $\mathbf{Y}_{n \times 1}$  um vetor aleatório,  $X_{n \times (p+1)}$  uma matriz conhecida de covariáveis,  $\boldsymbol{\beta}_{(p+1) \times 1}$  um vetor de parâmetros desconhecidos e  $\boldsymbol{\epsilon}$  um vetor de erros com  $E(\boldsymbol{\epsilon}) = \mathbf{0}$  e  $\text{Var}(\boldsymbol{\epsilon}) = \sigma^2 V$ ,  $V$  uma matriz diagonal conhecida, positiva definida e diferente da identidade.

(a) Verifique se

$$\frac{\mathbf{Y}'V^{-1}\mathbf{Y} - \mathbf{Y}'V^{-1}X(X'V^{-1}X)^{-1}X'V^{-1}\mathbf{Y}}{n - p - 1}$$

é um estimador não viesado de  $\sigma^2$ . (Dica: escreva a expressão como uma forma quadrática).

(b) Obtenha o resultado particular análogo para o modelo de regressão linear simples.

3. Considere o modelo de regressão linear simples

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \epsilon_i, \text{ com } \epsilon_i \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma^2) \text{ para } i = 1, \dots, n.$$

(a) Mostre que os elementos da matriz *hat* são dados por

$$h_{ij} = \frac{1}{n} + \frac{(X_i - \bar{X})(X_j - \bar{X})}{S_{XX}} \text{ e } h_{ii} = \frac{1}{n} + \frac{(X_i - \bar{X})^2}{S_{XX}}$$

(b) Discuta o comportamento de  $h_{ii}$  quando  $X_i$  está distante de  $\bar{X}$ .

4. Explique com suas palavras o que significa análise de diagnóstico. Você deve incluir na discussão análises de resíduos, identificação de pontos aberrantes, influentes e de alavanca. Dê exemplos.

5. Explique o que é multicolinearidade. Dê exemplos e apresente possíveis soluções.

6. Explique a utilidade e necessidade da seleção de modelos.