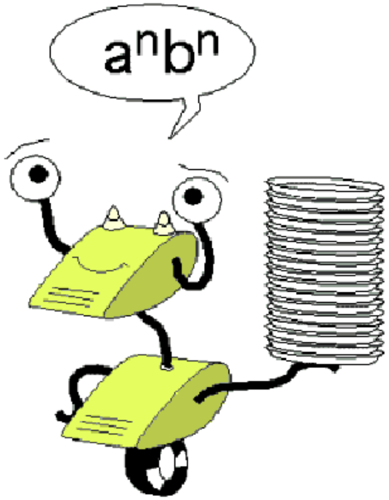
Autômatos com Pilha



Equivalência entre GLC e ACPND
Linguagens Regulares e ACPDet

Equivalência entre ACP e GLC

- Teo 5.2 (H&U, 79) Se L é uma LLC, então existe um ACP M tal que L = N(M).

Prova: Seja G = (Vn,Vt,P,S) uma GLC na Forma Normal de Greibach (A -> aα onde α é uma cadeia de 0 ou mais variáveis) gerando L.

Seja M = ({q1},Vt,Vn,δ,q1,S,$\varnothing$)
onde δ(q1,a,A) contém (q1,γ) sempre que A-> a γ está em P.

Exemplo: S-> aXY ➔ δ(q1,a,S) = {(q1,XY)}
(sobrescreve no topo S)

OBS: (H,M,U, 2001) pg 238 permite uma GLC qualquer. Comento depois.

Exemplo 1

Seja a gramática $G = (\{S,A,B\},\{a,b\},P,S)$ na FNG onde

$P = \{S \to aBS \mid aB \mid bAS \mid bA;$

$A \to bAA \mid a\ ;\ B \to aBB \mid b\}$

$$M1 = (\{q1\},\{a,b\},\{S,A,B\}, \delta, q1, S, \varnothing)$$

$S \to aBS$ || $\delta(q1,a,S) = \{(q1,BS), (q1,B)\}$

$S \to aB$ ||

$S \to bAS$ || $\delta(q1,b,S) = \{(q1,AS), (q1,A)\}$

$S \to bA$ ||

$A \to bAA$ || $\delta(q1,b,A) = \{(q1,AA)\}$

$A \to a$ || $\delta(q1,a,A) = \{(q1,\lambda)\}$

$B \to aBB$ || $\delta(q1,a,B) = \{(q1,BB)\}$

$B \to b$ || $\delta(q1,b,B) = \{(q1, \lambda)\}$

ACPND

Exemplo 2

$L = \{ wcw^R \mid w \in \{0,1\}^* \}$

$G = (\{S\},\{0,1,c\},P,S)$

$P = \{ S \rightarrow 0S0 \mid S \rightarrow 1S1 \mid S \rightarrow c\}$

----- Mas não está na FNG -------

$G1 = (\{S,A,B\}, \{0,1,c\},P1,S)$

$P1 =\{S \text{ -> } 0SA \mid 1SB \mid c;\ A \text{ -> } 0 ;\ B \text{ -> } 1\}$

$M2 = (\{q1\}, Vt1,Vn1,\delta, q1,S,\varnothing)$ ACPD

$S \text{ -> } 0SA \quad \Rightarrow \delta(q1,0,S) = \{(q1,SA)\}$

$S \text{ -> } 1SB \quad \Rightarrow \delta(q1,1,S) = \{(q1,SB)\}$

$S \text{ -> } c \quad \Rightarrow \delta(q1,c,S) = \{(q1,\lambda)\}$

$A \text{ -> } 0 \quad \Rightarrow \delta(q1,0,A) = \{(q1, \lambda)\}$

$B \text{ -> } 1 \quad \Rightarrow \delta(q1,1,B) = \{(q1, \lambda)\}$

Configurações para 001c100

Entrada	Configuração
	(q1,S)
0	(q1,SA)
00	(q1,SAA)
001	(q1,SBAA)
001c	(q1,BAA)
001c1	(q1,AA)
001c10	(q1,A)
001c100	(q1, λ)

Como acabou a entrada e a pilha ficou vazia, aceita a cadeia

Exemplo 3

- $L = \{a^n b^{2n} \mid n >= 1\}$

$G = (\{S\},\{a,b\},P,S)$

$P = \{S \text{ -> } abb \mid aSbb\}$

----- Mas não está na FNG -------

G1 = ({S,A,B}, {a,b},P1,S) na FNG

P1= { S-> aB

S -> aSB

B -> bb ---> B -> bA

A -> b }

M3 = ({q1},{a,b},{S,A,B}, δ,q1,S, $\emptyset$)

δ(q1,a,S) = {(q1,B),(q1,SB)}

ACPND

δ(q1,b,B) = {(q1,A)}

δ(q1,b,A) ={(q1, λ)}

Configurações para aabbbb ; ab ; abb

Entrada	Configuração
	(q1,S)
a	(q1,B) (q1, SB)
aa	? (q1,BB) (q1,SBB)
aab	(q1,AB) ?
aabb	(q1,B)
aabbb	(q1,A)
aabbbb	(q1, λ)

Exemplo 4

- $L = \{ 0^n1^n \mid n > 0\}$
- $G = (\{S\},\{0,1\},P,S)$
- $P = \{S \rightarrow 0S1 \mid 01\}$

----- Mas não está na FNG -------

ACP resultante da aplicação do Teo 5.2

$G1 = (\{S,A\}, \{0,1\},P1,S)$

$P1 = \{S \text{ -> } 0SA \mid 0A \; ; \; A \text{ -> } 1\}$

$M = (\{q1\}, Vt,Vn,\delta, q1,S,\emptyset)$

$\delta(q1,0,S) = \{(q1,SA), (q1,A)\}$

$\delta(q1,1,A) = \{(q1,\lambda)\}$

ACPND

Exemplo 5

- Encontre um ACP M que reconheça $L = \{1^n0^m1^n \mid n >= 0, m >= 1\}$ por pilha vazia.

- Idéia: empilha seqüência esquerda de 1 (com x), exige a existência de pelo menos 1 zero (não empilha), e desempilha conforme lê a seqüência de 1 à direita.

$L = \{1^n 0^m 1^n \mid n >= 0, m >= 1\}$

$G = (\{S, A\}, \{0, 1\}, P, S)$

$P = \{S \rightarrow 1S1 \mid A$

$A \rightarrow 0 \mid 0A\}$

----- Mas não está na FNG -------

O que fazer para a seguinte gramática?

Seria fácil passar para a FNG ?

Embora exista um método em 5 passos, ele é lento e a gramática fica grande.

$I \rightarrow a \mid b \mid Ia \mid Ib \mid I0 \mid I1$

$E \rightarrow I \mid E + E \mid E * E \mid (E)$

GLC & ACP - (H,M,U, 2001) pg 238

- Seja G = (V,T,P,S) uma GLC. Construa o ACP que reconhece L(G) por pilha vazia como abaixo:

$M = (\{q\}, T, V \cup T, \delta, q, S, \emptyset)$

1) Para cada não terminal *A*,

- $\delta(q, \lambda, A) = \{(q, \beta) \mid A \rightarrow \beta \text{ pertence a } P\}$

2) Para cada terminal a

- $\delta(q, a, a) = \{(q, \lambda)\}$

Exemplo

$I \rightarrow a \mid b \mid Ia \mid Ib \mid I0 \mid I1$

$E \rightarrow I \mid E + E \mid E * E \mid (E)$

$M = (\{q\}, \{a,b,0,1,+,*,(,)\}, \{I,E, a,b,0,1,+,*,(,)\}, \delta, q, E, \varnothing)$

1. $\delta(q, \lambda, I) = \{(q,a),(q,b),(q,Ia),(q,Ib),(q,I0),(q,I1)\}$
1. $\delta(q, \lambda, E) = \{(q,I),(q,E+E),(q,E*E),(q,(E))\}$

2. $\delta(q, a,a) =\{(q, \lambda)\}$
2. $\delta(q, b,b) =\{(q, \lambda)\}$
2. $\delta(q, 0,0) =\{(q, \lambda)\}$
2. $\delta(q, 1,1) =\{(q, \lambda)\}$
2. $\delta(q, (,() =\{(q, \lambda)\}$
2. $\delta(q,),)) =\{(q, \lambda)\}$
2. $\delta(q, +,+) =\{(q, \lambda)\}$
2. $\delta(q, *,*) =\{(q, \lambda)\}$

Configurações para a cadeia a + b

Entrada	Configuração	
	(q,E)	Usa mov- λ
a	$(q,E+E)$	
a	$(q,I+E)$	
a	$(q,a+E)$	
a	$(q,+E)$	
a+	(q,E)	
a+b	(q,I)	Usa mov- λ
a+b	(q,b)	
a+b	(q,λ)	

Equivalência entre ACP e GLC

- Teo 5.3 (H & U, 79) Se L = N(M) para algum M então L é LLC.

- Não será dado. Vejam no livro acima ou em (H,M,U, 2001) pg 242.

Linguagens Regulares e ACPDet

- Teo 6.17 (H,M&U, 2001) Se L é uma LR então L = L(P) para algum ACPDet P. (aceita por estado final)

  Prova: Essencialmente, um ACPDet pode simular a automação finita. O ACP mantém um símbolo Z_0 na sua pilha, porque um ACP tem que ter uma pilha, mas realmente ignora essa pilha e somente usa estados.

Formalmente

- Seja $A = (Q, \Sigma, \delta_A, qo, F)$ um AFD. Construa o ACP $P = (Q, \Sigma, \{Zo\}, \delta_P, qo, Zo, F)$ definindo:

- $\delta_P(q,a,Zo) = \{(p,Zo)\}$ para todos os estados p e q em Q tal que $\delta_A(q,a) = p$

- Desde que A e P aceitam ao entrar em um dos estados finais de F, concluímos que as linguagens são as mesmas.