Pesquisa Operacional / Programação Matemática

Planejamento e controle da produção

PDL Mono estágio: formulação e heurísticas lote por lote e balanceamento por partes.

Alysson M. Costa – ICMC/USP

PDL Mono-estágio

- PDL mono-estágio.
  - Um único item
  - vários períodos de tempo
  - objetivo: minimizar soma dos custos de preparação, produção e estoque sobre um horizonte de planejamento.
  - demanda conhecida
  - Com ou sem capacidade de produção

Problema não-capacitado

- $t = 1, \ldots , T$ Períodos de tempo.
- c_t *Custo unitário de produção* no período t, isto é, custo de produzir uma unidade do produto.
- s_t *Custo de preparação* para a produção no período t.
- h_t *Custo unitário de estocagem* no período t, isto é, custo de armazenar uma unidade do produto.
- d_t *Demanda* no período t.
- M Número grande.

Variáveis de decisão

- X_t número de itens produzidos no período t.
- Et número de itens estocados no período t.
- Y_{t} *Variável binária*, indicando se houve ou não a produção no período t, isto é,:
  - $\mathrm{Y}_{\mathrm{t}} = 1$ se há produção no período
  - $\mathrm{Y}_{\mathrm{t}} = 0$ caso contrário

Formulação

Modelo Matemático:

$$Minimizar\ f(X, I, Y) = \sum_{t=1}^{T} c_t X_t + s_t Y_t + h_t E_t$$

Sujeito a:

$$X_t + E_{t-1} - E_t = d_t \qquad t=1,\dots,T$$

$$X_t - MY_t \leq 0 \qquad t=1,\dots,T$$

$$Y_t = \{0, 1\} \qquad t=1,\dots,T$$

$$X_t, E_t \geq 0 \qquad t=1,\dots,T$$

Métodos de resolução

- Usaremos o exemplo visto anteriormente:

Horizonte de planejamento: T = 5.

Demanda: $d_1 = 20$, $d_2 = 20$, $d_3 = 30$, $d_4 = 20$, $d_5 = 30$.

Custo de produção: $c_t = R\$ 1,00 \quad t = 1, \ldots, 5$.

Custo de preparação: $s_t = R\$ 40,00 \quad t = 1, \ldots, 5$.

Custo de estocagem: $h_t = R\$ 0,30 \quad t = 1, \ldots, 5$.

Heurística lote por lote (LL)

- Técnica mais simples (solução 2 vista antes)
- Pode ser razoável se a relação custos de preparação/custos de estoque é pequena.
- Obtém a solução:

$X_t = d_t$, $t=1,\ldots,T$

$I_t = 0$, $t=1,\ldots,T$

$Y_t = 1$ se $d_t>0$ $t=1,\ldots,T$

há produção se há demanda!

Solução LL

Solução lote por lote: *custo total = R$ 320,00*

Semana	1	2	3	4	5
Demanda	20	20	30	20	30
Produção	**20**	**20**	**30**	**20**	**30**
Estoque	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**
Custo produção	20,00	20,00	30,00	20,00	30,00
Custo preparação	40,00	40,00	40,00	40,00	40,00
Custo estocagem	0	0	0	0	0

Tabela 5. Solução lote por lote para o exemplo 1.

Exercício

Suponha que haja limitação de capacidade por período, por exemplo, nos períodos 3 e 4 não possível produzir mais do que 10 unidades. Nos demais períodos a capacidade de produção é suficiente para produzir toda a demanda. A solução lote por lote, dada pela tabela 5, é factível? Explique sua afirmação. Tente, por inspeção, uma solução alternativa, com o mesmo espírito da solução lote por lote, ou seja, mantenha os estoques os mais baixos possíveis.

Heurística Balanço por Partes (BP)

- Tentativa de equilíbrio entre custos de estoque e de preparação.

- Vamos tentar, a cada período onde há produção, verificar se é vantajoso produzir para períodos subsequentes!

T=1	T=2	T=3	T=4	T=5
d=20	d=20	d=30	d=20	d=30

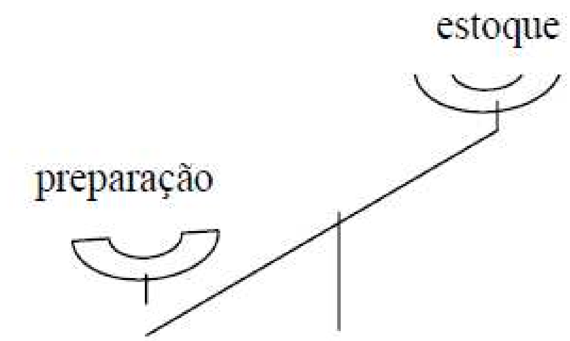
LL

T=1	T=2	T=3	T=4	T=5
d=20	d=20	d=30	d=20	d=30

LL: produz 20 unidades

$C_{estoque} = 0$, $C_{preparação} = 40$

Com a heurística BP vamos tentar equilibrar a balança.



BP - produzir em 1 para atender 1 e 2

T=1	T=2	T=3	T=4	T=5
d=20	d=20	d=30	d=20	d=30

BP(a): produz 40 unidades

$C_{estoque} = 20 \times 0.3 = 6$, $C_{preparação} = 40$

Ou seja, é melhor produzir em T=1 para T=1 e 2 do que pagar um novo custo de produção em T=2.

Vamos tentar atender T=3

BP - produzir em 1 para atender 1,2 e 3

T=1	T=2	T=3	T=4	T=5
d=20	d=20	d=30	d=20	d=30

BP(b): produz 70 unidades

$C_{estoque} = 20 \times 0.3 + 30 \times (0.3 \times 2) = 24$

$C_{preparação} = 40$

$(E_1 = 50, E_2 = 30)$

Ou seja, ainda é melhor produzir em T=1 para T=1,2 e 3 do que pagar um novo custo de produção em T=3.

Vamos tentar atender T=4

BP - produzir em 1 para atender 1,2,3 e 4

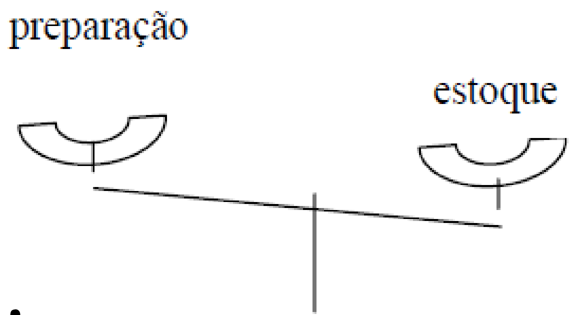
T=1 d=20	T=2 d=20	T=3 d=30	T=4 d=20	T=5 d=30

BP(b): produz 90 unidades

$C_{estoque} = 20 \times 0.3 + 30 \times (0.3 \times 2) + 20 \times (0.3 \times 3) = 42$

$C_{preparação} = 40$

$(E_1 = 70, E_2 = 50, E_3 = 20)$



Os custos de estoque superam os de produção. Interrompemos o processo e guardamos a solução **mais equilibrada!**

BP - produzir em 5

T=1 d=20	T=2 d=20	T=3 d=30	T=4 d=20	T=5 d=30

BP(b): produz 90 unidades

BP(b): produz 30 unidades

Solução BP

Solução balanço por partes: *custo total = R$ 242,00*

Semana	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Demanda	20	20	30	20	30
Produção	**90**	**0**	**0**	**0**	**30**
Estoque	**70**	**50**	**20**	**0**	**0**
Custo produção	90,00	0	0	0	30,00
Custo preparação	40,00	0	0	0	40,00
Custo estocagem	21	15	6	0	0

Tabela 6. Solução balanço por partes para o exemplo 1.

Atenção: solução heurística!

Algoritmo BP

- Defina:
  - CEA: custo de estoque acumulado
  - DIF = $|s_t\text{-CEA}|$: a diferença entre o custo de preparação e o custo de estoque acumulado.

Algoritmo BP

Determinamos a produção em t=1:

- <u>Passo 0 (τ=0)</u>: Faça: $X_1 = d_1$, E_1=0 e CEA = 0 , DIF(0)=|s_1-CEA|.

  Se $s_1 \geq$CEA então aumentamos a produção em t=1.

- <u>Passo 1 (τ=1)</u>: Faça: $X_1 = (d_1)+d_2$ $E_1=d_2$ e CEA=h_1E_1 , DIF(1)=|s_1-CEA|.

  Se $s_1 \geq$CE então aumentamos a produção em t=1.

- <u>Passo 2 (τ=2)</u>: Faça: $X_1= (d_1+d_2)+d_3$ $E_1= (d_2)+d_3$, $E_2=d_3$ e CEA=$h_1E_1+h_2E_2$,

  DIF(2)=|s_1-CEA|.

  Se $s_1 \geq$CEA então aumentamos a produção em t=1 e procedemos como anteriormente.

  Senão (isto é, s_1<CEA) testamos: se DIF(τ=2) < DIF(τ-1=1) adotamos a última solução (passo τ=2) e recomeçamos no passo 0, a partir de t=3 (note que o novo período de produção será: t = t+τ+1); caso contrário, adotamos a solução anterior (passo τ-1=1) e recomeçamos no passo 0, a partir de t=2 (note que novo período de produção será: t = t+τ).