



Expressões Regulares

Expressões Regulares (ER)

Conversão de AF para ER no JFLAP

Equivalências entre AFD, AFND, AF- λ , ER, GR

Expressões Regulares (ER)

Uma ER sobre um alfabeto Σ é definida como:

- a) \emptyset é uma ER e denota a linguagem vazia
- b) λ é uma ER e denota a linguagem contendo a palavra vazia, ie $\{\lambda\}$
- c) Qualquer símbolo $x \in \Sigma$ é uma ER e denota a linguagem $\{x\}$
- d) Se r e s são ER denotando as linguagens R e S então:
 - $(r+s)$ ou $(r|s)$ é ER e denota a linguagem $R \cup S$
 - (rs) é ER e denota a linguagem $RS = \{w \mid u \in R \text{ e } v \in S\}$
 - (r^*) é ER e denota a linguagem R^*

Exemplos

1. 00 é uma ER denotando a linguagem $\{00\}$
2. $(0+1)^*$ denota a linguagem formada por todas as cadeias de 0's e 1's = $\{\lambda, 0, 1, 00, 01, 10, 11, 000, \dots\}$ Pode ser também $(a^*b^*)^*$
3. $(0+1)^* 00 (0+1)^*$ denota todas as cadeias de 0's e 1's com ao menos dois 0's consecutivos
4. $a+b^*c$ denota um único a e todas as cadeias consistindo de zero ou mais vezes b seguido de c . A linguagem é formada por $\{a, c, bc, bbc, bbbc, \dots\}$

Exemplo 4 - JFLAP

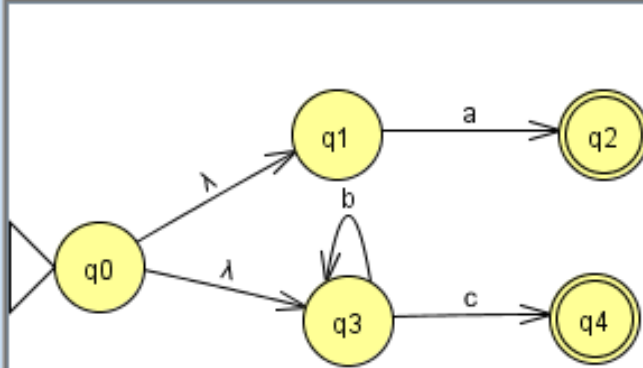
JFLAP : <untitled6>

File Input Test Convert Help

Editor Convert FA to RE

Make Single Noninitial Final State
Create a new state to make a single final state.

Do It Export



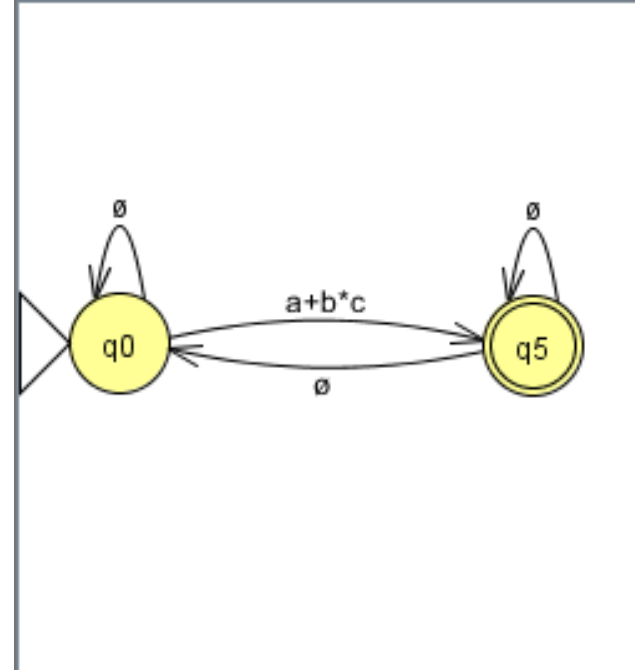
JFLAP : <untitled6>

File Input Test Convert Help

Editor Convert FA to RE

Generalized Transition Graph Finished!
 $a+b^*c$

Do It Export



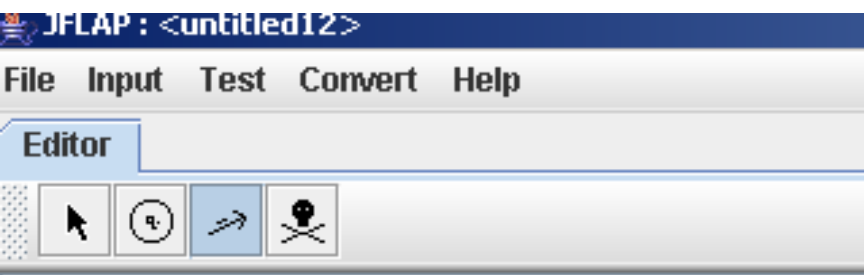
JFLAP : <untitled7>

File Convert Help

Editor

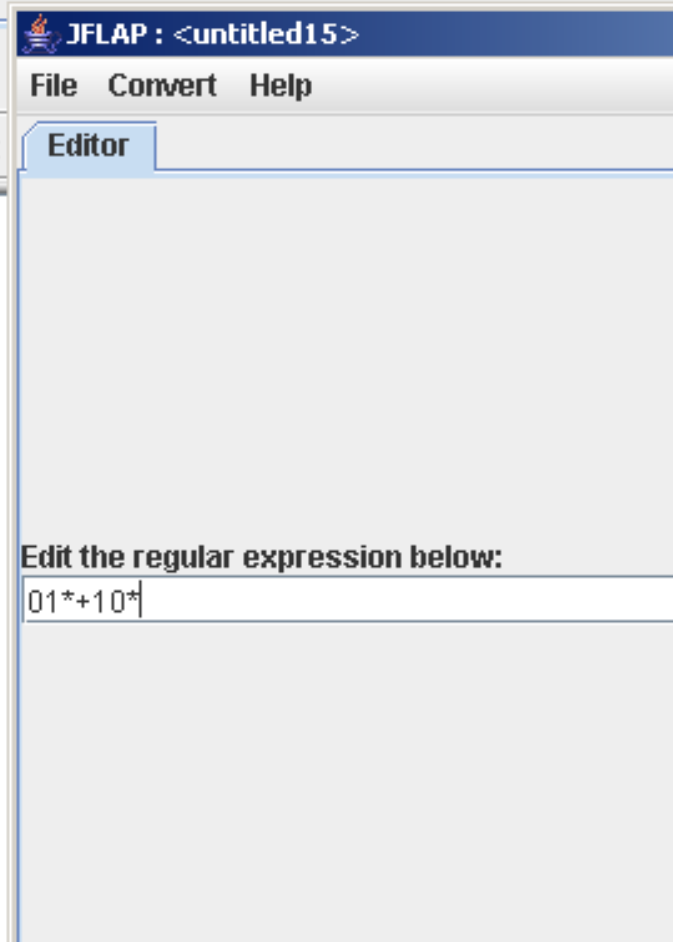
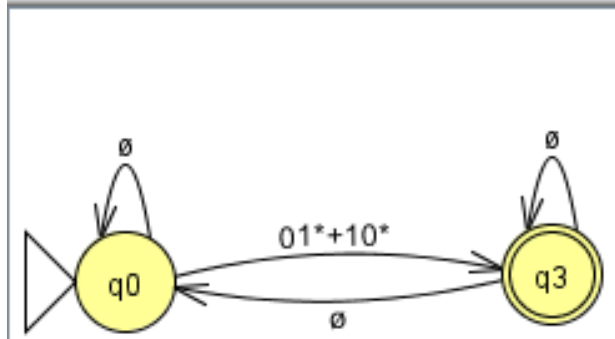
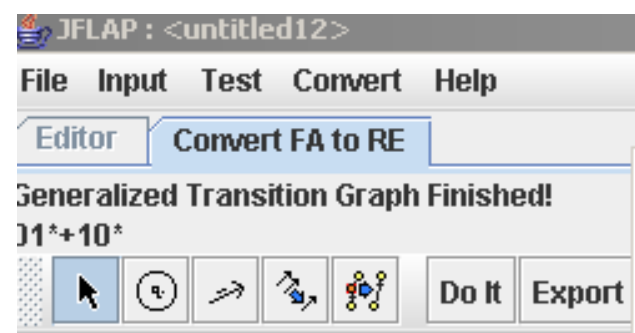
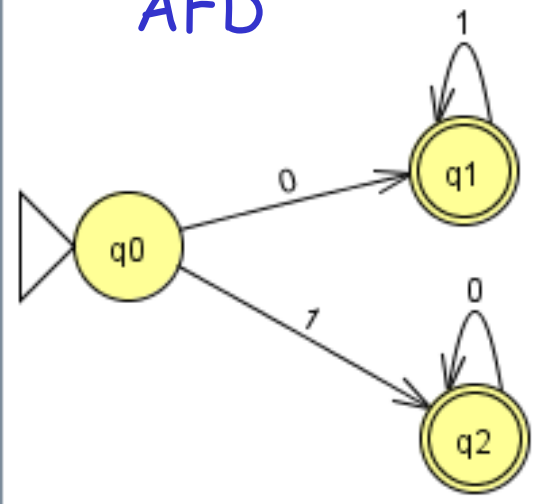
Edit the regular expression below:
 $a+b^*c$

- $(0+1)^* 001$ denota todas as cadeias de 0's e 1's terminadas em 001
- $0^*1^*2^*$ denota qualquer número de 0's seguido por qualquer número de 1's seguido por qualquer número de 2's
- $01^* + 10^*$ denota a linguagem consistindo de todas as cadeias que são um único 0 seguido por qualquer número de 1's e um único 1 seguido por qualquer número de 0's = $\{0,01,011,\dots,1,10,100,\dots\}$

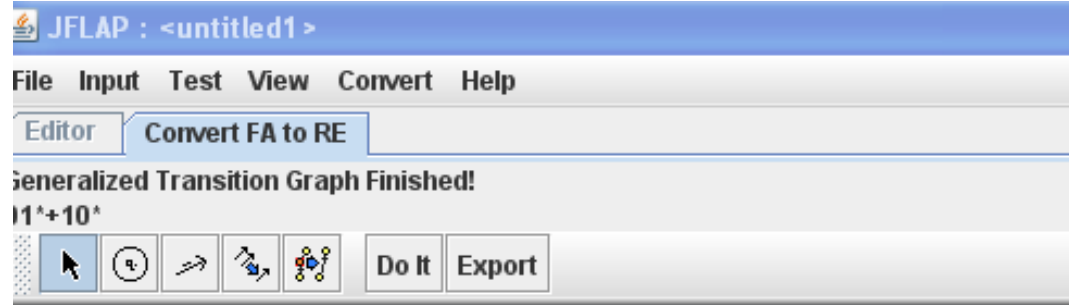
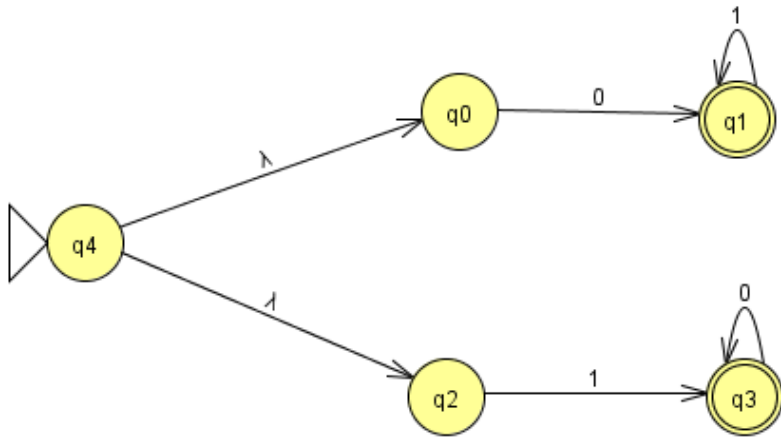


$$01^* + 10^*$$

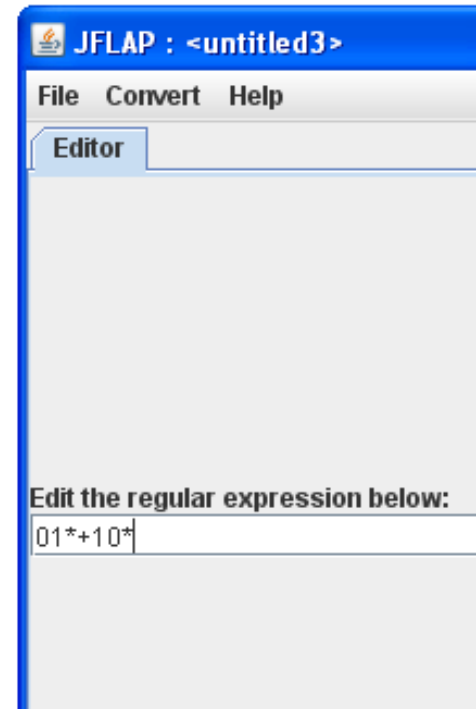
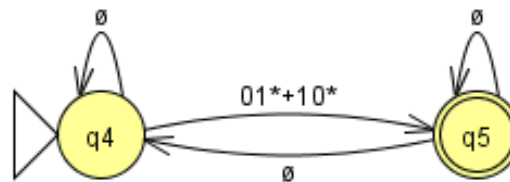
AFD



$01^* + 10^*$



AF- λ



Omissão de parênteses

- Para omitir parênteses devemos respeitar:
 - O fecho (*) tem prioridade sobre a concatenação (rs) que tem prioridade sobre a união.
 - A concatenação e a união são associadas da esquerda para a direita.
 - Ex: $01^* + 1$ é agrupado como $(0(1^*)) + 1 \Rightarrow L = \{1, 0, 01, 011, \dots\}$
- Usamos parênteses quando queremos alterar a prioridade:
- $(01)^* + 1 \Rightarrow L = \{1 \cup (01)^n \mid n \geq 0\} = \{1, \lambda, 01, 0101, \dots\}$
- $0(1^* + 1) \Rightarrow L = \{w \in \{0,1\}^* \mid w \text{ começa com } 0 \text{ seguido de } 1^n \mid n \geq 0\} \rightarrow \text{Lei distributiva à esq} = 01^* + 01 = \{0, 01, 011, 0111, \dots\}$

Exercícios

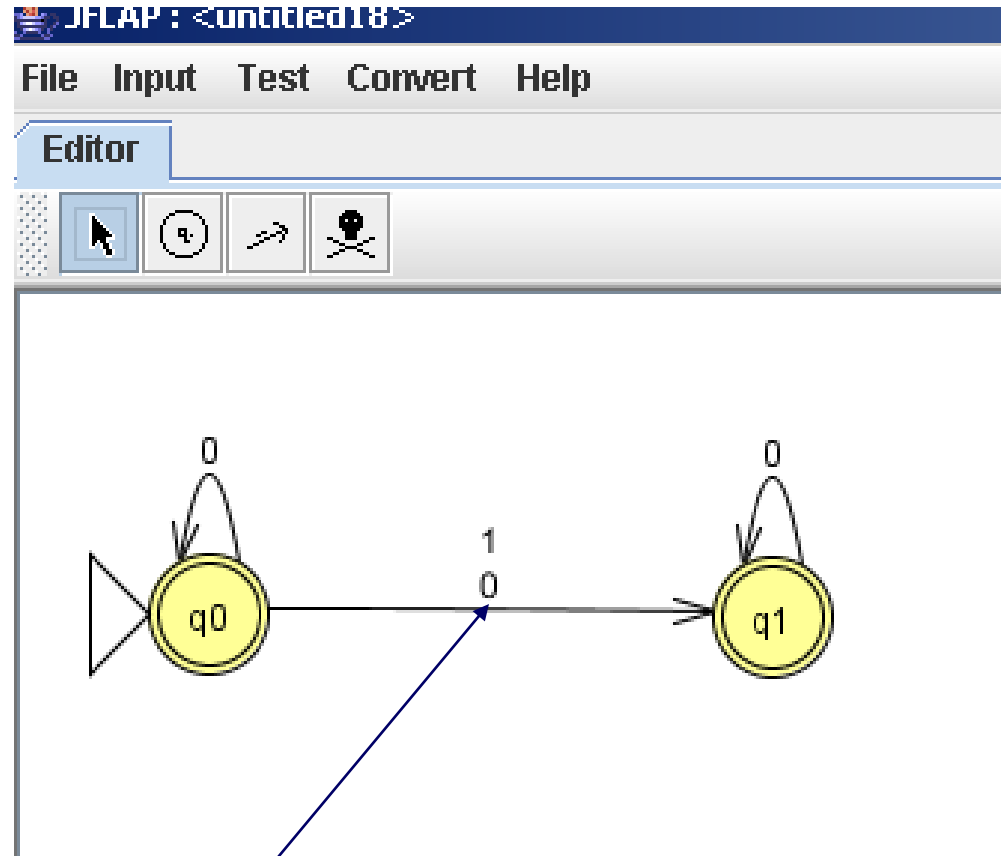
1. O conjunto de cadeias sobre $\{0,1\}$ que termine com três 1's consecutivos.
2. O conjunto de cadeias sobre $\{0,1\}$ que tenha pelo menos um 1.
3. O conjunto de cadeias sobre $\{0,1\}$ que tenha no máximo um 1.

Exemplo 3

- O conjunto de cadeias sobre $\{0,1\}$ que tenha no máximo um 1.

$0^*(\lambda+(0+1)0^*) \rightarrow$
podem usar λ para
simplificar a ER que
seria:

$0^* (1+0) 0^* + 0^*$



O não é
necessário

JFLAP : <untitled18>

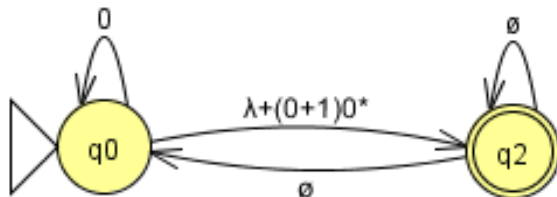
File Input Test Convert Help

Editor Convert FA to RE

Generalized Transition Graph Finished!

$0^*(\lambda+(0+1)0^*)$

⏪ ⏩ ↻ ↶ ↷ ⚙ Do It Export



JFLAP : <untitled20>

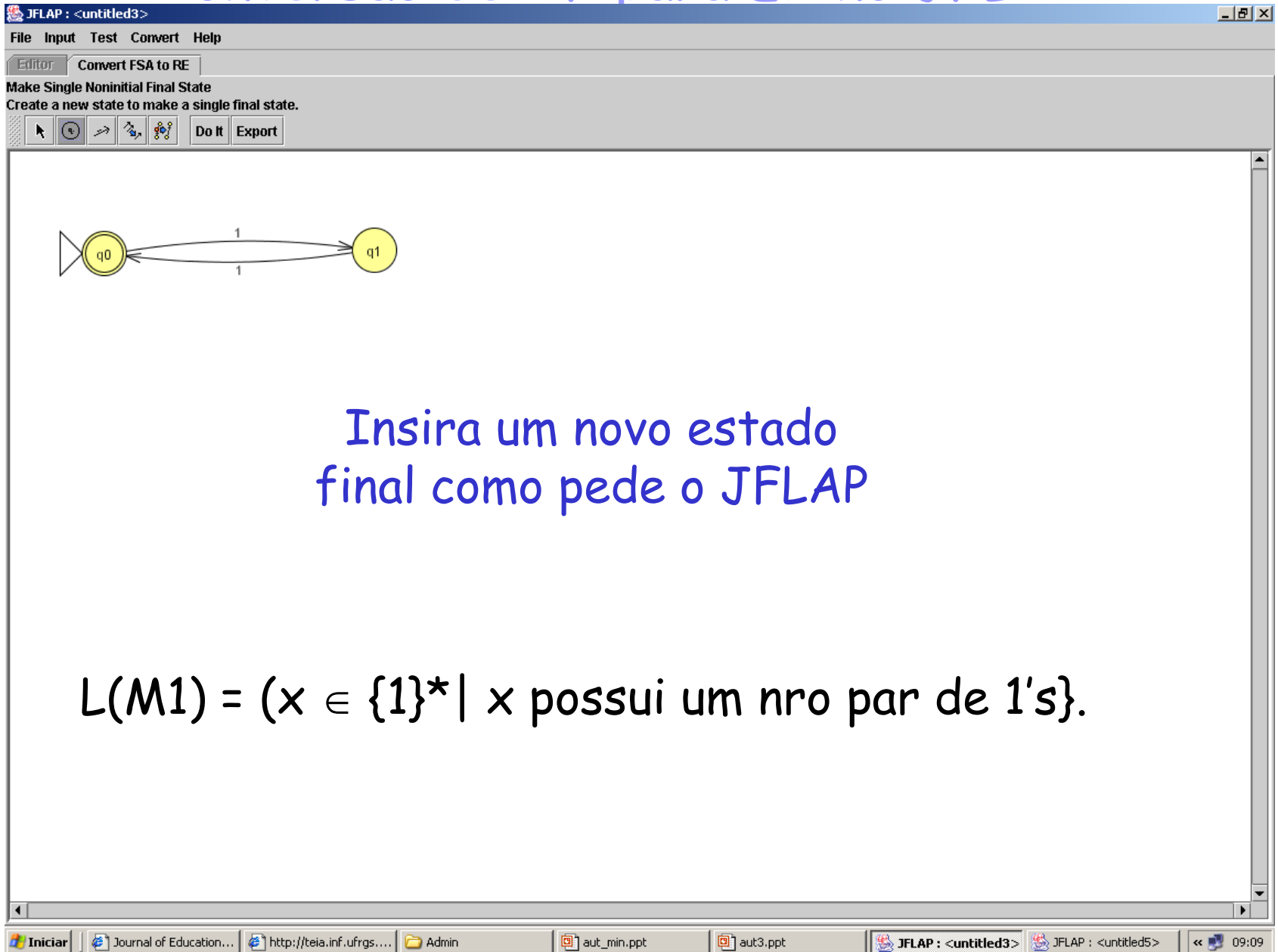
File Convert Help

Editor

Edit the regular expression below:

$0^*(\lambda+(0+1)0^*)$

Conversão de AF para ER no JFLAP

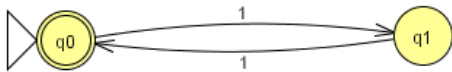


File Input Test Convert Help

Editor Convert FSA to RE

Make Single Noninitial Final State
Create a new state to make a single final state.

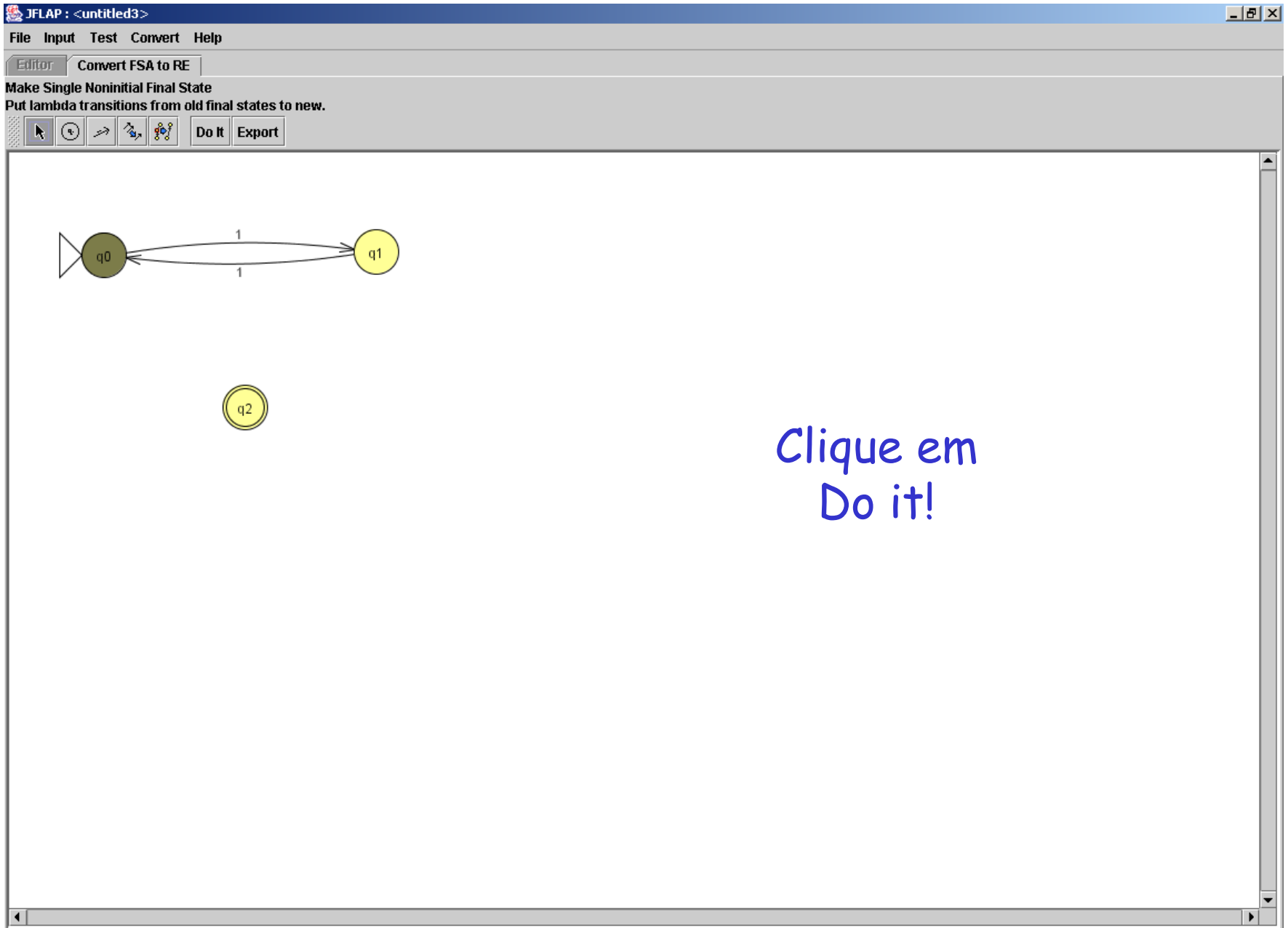
Do It Export



Insira um novo estado final como pede o JFLAP

$L(M1) = \{x \in \{1\}^* \mid x \text{ possui um nro par de } 1\text{'s}\}.$

Iniciar Journal of Education... http://teia.inf.ufrgs... Admin aut_min.ppt aut3.ppt JFLAP : <untitled3> JFLAP : <untitled5> 09:09



Clique em
Do it!

Coloque transições nulas nos estados sem transição

JFLAP: <untitled3>

File Input Test Convert Help

Editor Convert FSA to RE

Reform Transitions
Put empty transitions between states with no transitions. 6 more empty transitions needed.

Do It Export

q0 q1 q2

1 1 λ

Clique em
Do it!

Iniciar Journal of Educational T... http://teia.inf.ufrgs.br/c... aula8 JFLAP: <untitled3> Microsoft PowerPoint - [...]

09:46

Completa as 6 transições faltantes

JFLAP : <untitled3>

File Input Test Convert Help

Editor Convert FSA to RE

Remove States
Use the collapse state tool to remove nonfinal, noninitial states. 1 more removals needed.

Do it Export

```
graph LR; q0((q0)) -- 0 --> q0; q0 -- 1 --> q1((q1)); q1 -- 1 --> q0; q1 -- 0 --> q1; q0 -- 0 --> q2(((q2))); q1 -- 0 --> q2; q2 -- 0 --> q0; q2 -- 0 --> q1;
```

Clique em
Do it!

Iniciar Journal of Educational T... http://teia.inf.ufrgs.br/c... aula8 JFLAP : <untitled3> Microsoft PowerPoint - [...]

09:48

Grafo terminado

The image shows a screenshot of the JFLAP software interface. The main window, titled "JFLAP : <untitled3>", displays a transition graph with two states, q_0 and q_2 . State q_0 is the start state, indicated by a double circle. State q_2 is the final state, indicated by a double circle. Transitions are as follows: a self-loop on q_0 labeled "11", a transition from q_0 to q_2 labeled "1", and a transition from q_2 to q_0 labeled "0".

Below the graph, a smaller window titled "JFLAP : <untitled6>" is shown. It has a menu bar with "File", "Convert", and "Help". The "Editor" tab is active, and it contains the text "Edit the regular expression below:" followed by a text input field containing the regular expression $(11)^*$. A large black arrow points from the text input field down to the regular expression $(11)^*$ displayed in blue text below the main window.

The taskbar at the bottom shows several open applications: "Iniciar", "Journal of Educational T...", "http://teia.inf.ufrgs.br/c...", "aula8", "JFLAP : <untitled3>", "JFLAP : <untitled6>", "Microsoft PowerPoint - [...]", and the system clock showing "09:51".

Exercícios

- O conjunto de cadeias de 0's e 1's com pelo menos um par de 1's consecutivos
- O conjunto de cadeias de 0's e 1's com no máximo um par de 1's consecutivos
- O conjunto de 0's e 1's cujo 5º símbolo é 1
- O conjunto de cadeias sobre $\{a,b,c\}$ contendo pelo menos um a e pelo menos um b

Solução

- O conjunto de cadeias de 0's e 1's com pelo menos um par de 1's consecutivos:
 $(0+1)^*11(1+0)^*$
- O conjunto de cadeias de 0's e 1's com no máximo um par de 1's consecutivos:
 $(0+1)^*(\lambda+11(1+0)^*)$
- O conjunto de 0's e 1's cujo 5º símbolo é 1:
 $(0+1)(0+1)(0+1)(0+1)1(0+1)^*$
- O conjunto de cadeias sobre $\{a,b,c\}$ contendo pelo menos um a e pelo menos um b:
 $((a+b+c)^*ab(a+b+c)^*) + ((a+b+c)^*ba(a+b+c)^*)$

Propriedades algébricas das ER

- $L + M = M + L$ (**união** é comutativa)
 - $(L + M) + N = L + (M + N)$ (**união** é associativa)
 - $(LM)N = L(MN)$ (**concatenação** é associativa)
 - Exercício: a **concatenação** é comutativa???
-
- $\emptyset + L = L + \emptyset = L$ (\emptyset é o elemento nulo para união)
 - $\lambda L = L\lambda = L$ (λ é o elemento nulo para concatenação)
 - $\emptyset L = L\emptyset = \emptyset$

- $L(M + N) = LM + LN$ (lei distributiva à esq)
- $(M + N)L = ML + NL$ (lei distributiva à dir)
- $L + L = L$
- $(L^*)^* = L^*$
- $\emptyset^* = \lambda$
- $\lambda^* = \lambda$
- Algumas extensões de LR usadas em utilitários do UNIX
- $L^+ = LL^*$
- $L? = (L + \lambda)$ (usado no Lex para indicar opcional)
- $L^* = L^+ + \lambda$

Exercícios

- Faça ER para:
 - identificadores
 - números reais com sinais
 - Inteiros com sinais
 - cadeias de caracteres
 - e comentários do **Pascal**.
-
- reais do **Fortran** (.5 e 5. além dos padrões de reais de Pascal)
-
- *OBS: Geralmente, nas modelagens de Linguagem de Programação não usamos sinais junto com o valor das constantes inteiras.*

- Pascal, com $L = \{a..z, A..Z\}$; $D = \{0..9\}$
 - ID: $(L|_)(L|D|_)^*$
 - Reais: $(+|-|\lambda) (D^+ . D^+ (E (+|-|\lambda) D^+ | \lambda) | D^+ (. D^+ | \lambda) E (+|-|\lambda) D^+)$
 - Observem que acima exigimos que o real tenha uma parte com ponto fixo **ou** com ponto flutuante, mas a linguagem pode não exigir e o seu real mínimo seria um inteiro:
 - $[+|-] D^+ [D^+] [E [+|-] D^+]$
 - Inteiros: $(+|-|\lambda) D^+ = [+|-] D^+$
 - Cadeias: $' C^* '$ onde C é ASCII menos $'$
- (com essa limitação não tratamos os acentos na moda antiga do Pascal para não perder expressividade)

Comentários em Pascal

- $\{ C^* \}$
- onde C é ASCII menos $\}$
- $/* C^* (* + EC^*)^* /$
- onde C é ASCII menos $*$ e E é ASCII menos $/ e^*$
- A solução acima vem do AF para comentários (próximo slide)

AF que reconhece comentários da forma /* ... */

JFLAP : <untitled1>

File Input Test Convert Help

Editor Simulate: /*CCC*/

Diagram description:

- States: q_0 (start), q_1 , q_2 , q_3 , q_4 (final).
- Transitions:
 - $q_0 \xrightarrow{/} q_1$
 - $q_1 \xrightarrow{*} q_2$
 - $q_2 \xrightarrow{C} q_2$ (self-loop)
 - $q_2 \xrightarrow{E} q_3$
 - $q_3 \xrightarrow{*} q_3$ (self-loop)
 - $q_3 \xrightarrow{/} q_4$
- Annotations:
 - $C = Vc \text{ diferente de } *$
 - $E = Vc \text{ diferente de } / \text{ e de } *$

Simulation area:

q4

/*CCC*/

AFD

Step Reset Freeze Thaw Trace Remove

Windows taskbar: Iniciar, JSTOR: Applied Statistics..., Wiley InterScience: Jour..., Sce185_2005_A_B, Microsoft PowerPoint - [...], JFLAP : <untitled1>, 12:55

$$/* C^* * (* + EC^* *)^* /$$

JFLAP : <untitled1>

File Input Test Convert Help

Editor Convert FA to RE

Generalized Transition Graph Finished!
/*C**(+EC**)*!

Do It Export

```
graph LR; q0((q0)) -- ε --> q0; q4((q4)) -- ε --> q4; q0 -- /*C**(+EC**)*! --> q4; q4 -- ε --> q0;
```

JFLAP : <untitled2>

File Convert Help

Editor

Edit the regular expression below:
/*C**(+EC**)*!

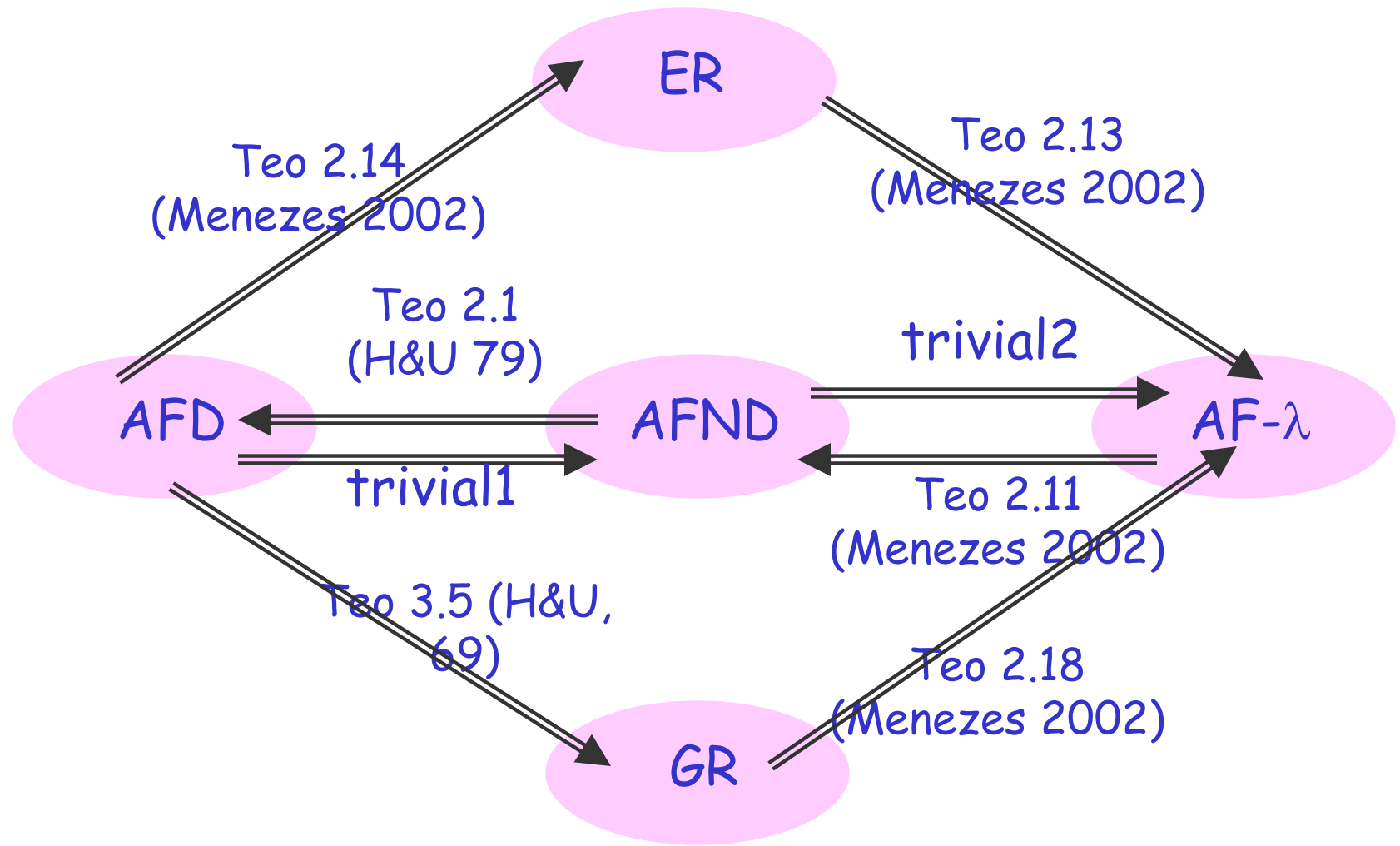
Windows taskbar: Iniciar, JSTOR: Applied Statistics..., Wiley InterScience: Jour..., Sce185_2005_A_B, Microsoft PowerPoint - [...], JFLAP : <untitled1>, JFLAP : <untitled2>, 12:57

Reais Fortran

- $(+|-|\lambda) (D^+ . | .D^+ | D^+ . D^+) (E (+|-|\lambda) D^+ | \lambda)$
- Ou
- $[+|-] (D^+ . | .D^+ | D^+ . D^+) [E [+|-] D^+]$

Equivalências entre AFD, AFND, AF- λ , ER, GR

Trivial2: decorre da definição



Trivial1: colocar { } nos estados