



# Árvores-B (Parte IIb)

---

SCC0203– Algoritmos e Estruturas de Dados II

Graça Nunes

# Definição e Propriedades de Árvores-B



---



# Relembrando

---

- **Ordem** de uma árvore-B
  - Número máximo de descendentes que uma página, ou nó, pode possuir
- Em uma árvore-B de ordem **m**, o número máximo de chaves em uma página é **m-1**
  - Exemplo:
    - Uma árvore-B de **ordem 8** tem, no máximo, **7 chaves por página**



# Propriedades das árvores-B

---

- **Número mínimo de chaves** por página
  - Quando uma página é particionada na inserção, as chaves são divididas (quase) igualmente entre as páginas velha e nova
  - o número mínimo de chaves em um nó é dado por  $\lceil m/2 \rceil - 1$  (exceto para a raiz principal, que pode ter menos da metade e, no mínimo, 1 chave)
  - **Exemplo:** árvore B de ordem 8, armazena no máximo 7 chaves por página e tem, no mínimo, 3 chaves por página



# Propriedades das árvores-B

---

- Para uma árvore-B de ordem **m**
  1. cada página tem, no máximo, **m** descendentes
  2. cada página, exceto a raiz e as folhas, tem no mínimo  $\lceil \mathbf{m/2} \rceil$  descendentes
  3. a raiz tem, no mínimo, dois descendentes - a menos que seja uma folha
  4. todas as folhas estão no mesmo nível
  5. uma página não folha que possui **k** descendentes contém **k-1** chaves
  6. uma página folha contém, no mínimo  $\lceil \mathbf{m/2} \rceil - 1$  e, no máximo, **m-1** chaves



# Propriedades das árvores-B

---

- Profundidade da busca no pior caso
  - Tendo  $N$  chaves na árvore-B de ordem  $m$ , qual o número de acessos a disco necessário?
  - Ou, mais apropriado, “qual a profundidade da árvore”?



# Propriedades das árvores-B

---

- Profundidade da busca no pior caso
  - Tendo  $N$  chaves na árvore-B de ordem  $M$ , qual o número de acessos a disco necessário?
  - Ou, mais apropriado, “qual a altura da árvore”?



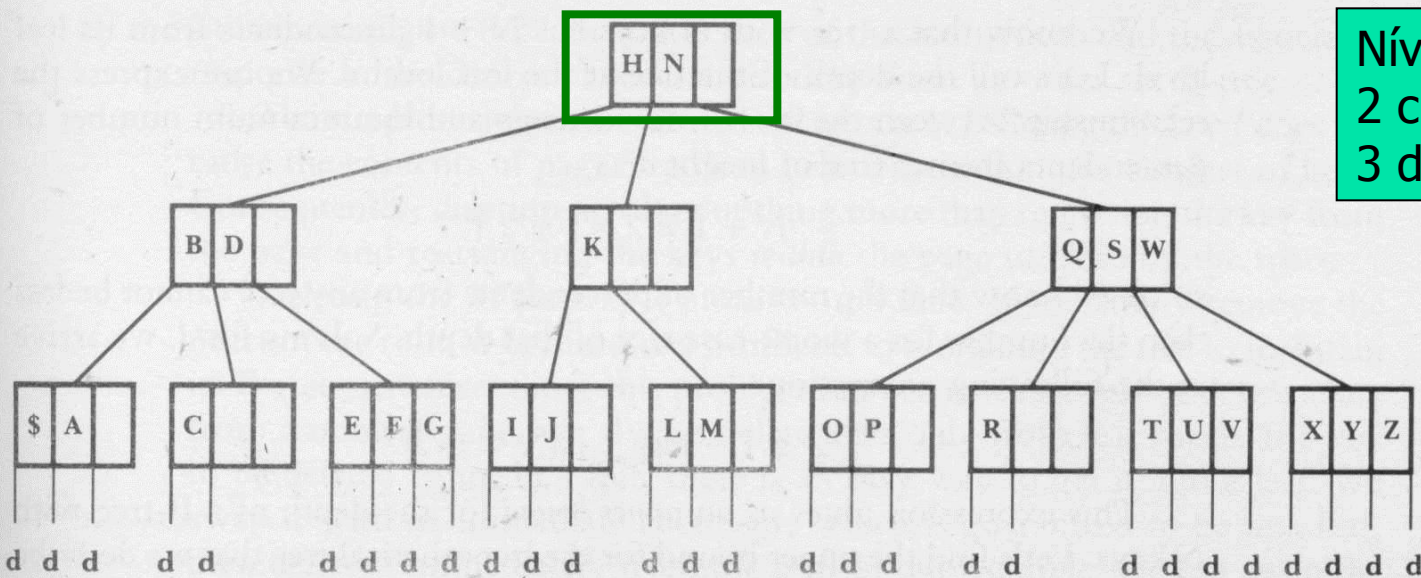
Tentem responder em duplas!





# Propriedades das árvores-B

- Antes de mais nada, é importante observar
  - número de descendentes possíveis de um nível da árvore = número de chaves até o nível atual + 1

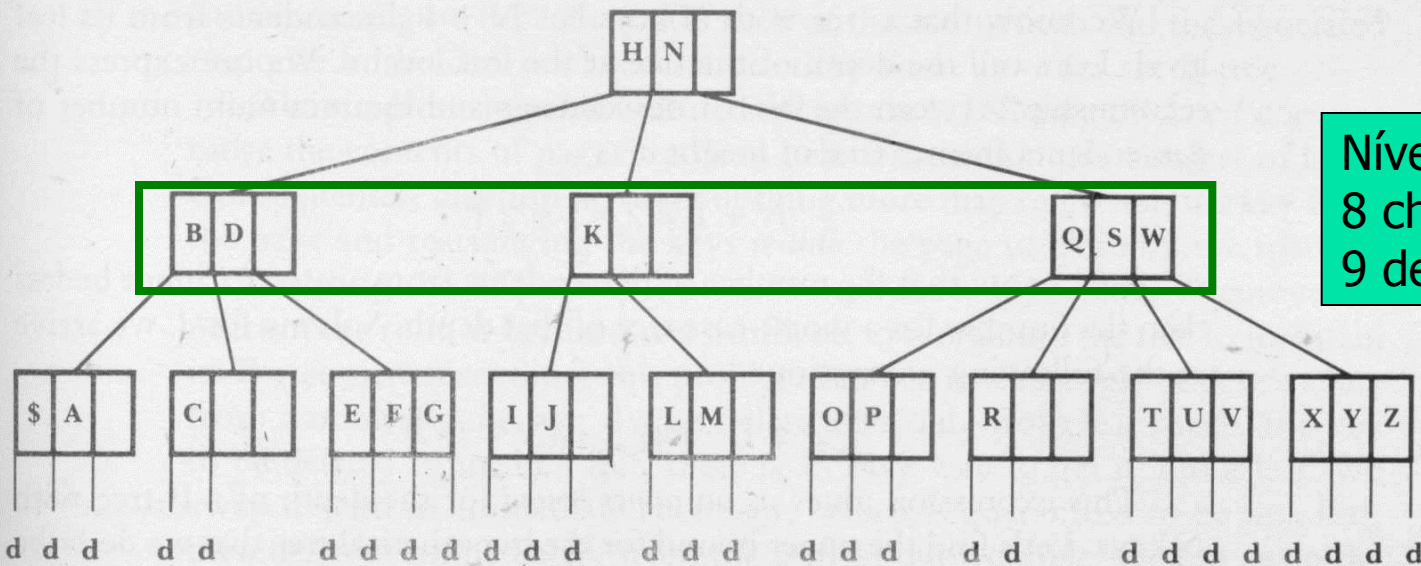


Nível 1 =  
2 chaves + 1 =  
3 descendentes

FIGURE 8.28 A B-tree with  $N$  keys can have  $(N + 1)$  descendents from the leaf level.

# Propriedades das árvores-B

- Antes de mais nada, é importante observar
  - número de descendentes possíveis de um nível da árvore = número de chaves até o nível atual + 1



Nível 2 =  
8 chaves + 1 =  
9 descendentes

FIGURE 8.28 A B-tree with  $N$  keys can have  $(N + 1)$  descendents from the leaf level.

# Propriedades das árvores-B

- Antes de mais nada, é importante observar
  - número de descendentes possíveis de um nível da árvore = número de chaves até o nível atual + 1

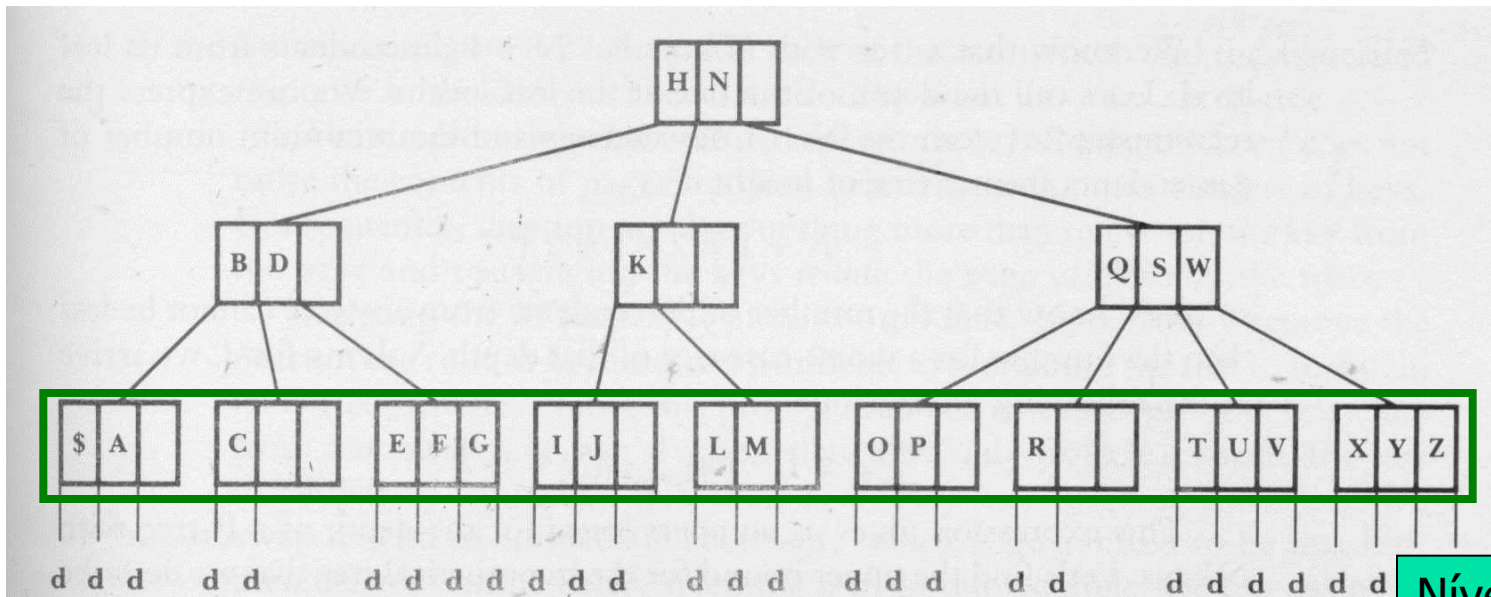


FIGURE 8.28 A B-tree with  $N$  keys can have  $(N + 1)$  descendents from the leaf level.

Nível 3 =  
27 chaves + 1 =  
28 descendentes



# Propriedades das árvores-B

---

- **No pior caso**, cada nó da árvore terá o número mínimo possível de descendentes
  - A árvore terá sua maior altura e menor largura
    - Exceto raiz e folhas, há **no mínimo**  $\lceil m/2 \rceil$  descendentes para cada nó
- Para uma árvore de **ordem m**
  - A raiz (primeiro nível) terá no mínimo 2 descendentes
  - O segundo nível terá somente 2 páginas, tendo cada uma  $\lceil m/2 \rceil$  descendentes, ou seja, há  $2 \times \lceil m/2 \rceil$  descendentes para o segundo nível
  - O terceiro nível contém  $2 \times \lceil m/2 \rceil$  nós  $\times \lceil m/2 \rceil$  descendentes para cada nó, ou seja  $2 \times \lceil m/2 \rceil^2$
  - O nível d terá  $2 \times \lceil m/2 \rceil^{d-1}$



# Propriedades das árvores-B

---

- Ou seja, o número mínimo de descendentes para um nível  $d$  da árvore é  $2 \times \lceil m/2 \rceil^{d-1}$
- Sabe-se que, no máximo, há  $N+1$  descendentes em um nível da árvore com  $N$  chaves até então
- Então, podemos calcular o limite superior da profundidade da árvore (=número máximo de acessos a disco)

$$N+1 \geq 2 \times \lceil m/2 \rceil^{d-1} \quad \rightarrow \quad d \leq 1 + \log_{\lceil m/2 \rceil}((N+1)/2)$$

- **Exemplo**
  - Considerando que temos ( $N=$ )1,000,000 chaves e uma árvore de ordem ( $m=$ )512, temos que  $d \leq 1 + \log_{\lceil 256 \rceil}(500,000.5)$ , ou seja,  $d \leq 3.37$ 
    - Podemos esperar, portanto, não mais do que 3 acessos a disco para acessar qualquer uma das chaves